

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Конспект лекцій

Коротка анотація: Конспект лекцій направлений на закріплення, поглиблення та узагальнення теоретичних знань, з таких розділів, як структура, кінематика та динаміка механізмів, а також розглянуті кулачкові та зубчасті механізми. Наведений теоретичний матеріал достатній для вирішення конкретних інженерних задач, дослідження і розрахунку механізмів і машин.

ВСТУП

Теорія механізмів і машин є наука, яка вивчає будову, кінематику та динаміку механізмів у зв'язку з їх аналізом і синтезом.

Таким чином, в теорії механізмів і машин, розглядається дві групи проблем:

1 – дослідження структурних, кінематичних та динамічних властивостей механізмів – **аналіз механізмів**;

2 – проектування механізмів з заданими структурними, кінематичними та динамічними властивостями для здійснення необхідних рухів – **синтез механізмів**.

Цілю задачі структурного та кінематичного аналізу механізмів є вивчення теорії побудови механізмів, дослідження руху тіл, та їх утворень, з геометричної точки зору, незалежно від сил, що обумовлюють рух відповідних тіл.

Цілю задачі динамічного аналізу механізмів є вивчення методів визначення сил, діючих на тіло, утворюючих механізм, за час руху цих тіл, та вивчення взаємозв'язку між рухами цих тіл.

Цілю задачі синтезу механізмів є проектування механізмів по заданим структурним, кінематичним та динамічним умовам.

Основні поняття та визначення

Механізм – система рухливо з'єднаних між собою тіл, здійснюючих під дією прикладених до них сил відповідні, наперед задані рухи.

Тіла, з яких складаються механізми, називають **ланками**.

В будь-якому механізмі є рухомі та нерухомі ланки. Рухомі ланки, рух яких задається зовнішніми силами, називається **ведучою**, а ланка яка сприймає рух від ведучої називається **веденою**. Нерухомі ланки називають **стояком**. Таким чином, будь-який механізм складається з однієї нерухомої ланки та однієї або декількох рухомих ланок.

Машина – це один або декілька зв'язаних між собою механізмів, які можуть перетворювати енергію одного виду в енергію іншого виду (*машини – двигуни, машини – генератори*) і виконувати корисну механічну роботу (*машини – знаряддя*).

Механічні пристрої – система ланок для перетворення та передачі сили, що полегшує виконання роботи.

Прилади – системи для передачі та перетворення руху, призначені для реєстрації і регулювання фізичних та технологічних процесів виробництва, технічних вимірів, приймання і передачі різноманітної інформації та сигналів, а також для виконання аналітичних операцій, статистичної обробки і т. п.

РОЗДІЛ № I СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ

ЛЕКЦІЯ № 1 КІНЕМАТИЧНІ ПАРИ ТА КІНЕМАТИЧНІ ЛАНЦЮГИ

1. Кінематичні пари та їх класифікація

Ланки з яких складаються механізми розподіляють на: **жорсткі**, які протидіють силам розтягнення – стискання, згину та крутіння (*вали, зубчасті колеса, шківви, барабани, корпусні деталі і т. п.*); **гнучкі**, які протидіють силам розтягнення та крутіння (*ланцюги, канати, троси, паси*).

1.1 Кінематичні пари

Кінематичною парою – називають рухливо з'єднані між собою дві ланки.

Точку, лінію чи поверхню дотику ланок називають **елементами кінематичних пар**. В залежності від виду елементів розпізнають **вищі** та **нижчі** кінематичні пари.

В нижчих кінематичних парах елементами є поверхні (*обертальні, поступальні, сферичні та гвинтові*). В вищих кінематичних парах елементами є лінія або точка. Перевага вищих кінематичних пар полягає в можливості реалізації більш складних відносних рухів.

Для плавного руху ланок механізму необхідно постійне дотикання елементів ланок, які утворюють кінематичну пару. Кінематична пара, яка забезпечує виконання відповідної умови, називається замкнутою. Замикання кінематичних пар буває геометричне і силове.

1.2 Узагальнені координати та ступені вільності

Незалежні параметри, які однозначно характеризують положення механізму відносно нерухомої системи координат називають узагальненими координатами. Кількість узагальнених координат, які повністю характеризують положення механізму, а відповідно і рух механізму, прийнято називати числом ступенів свободи U ланки чи механізму.

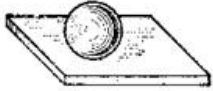
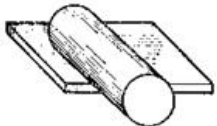
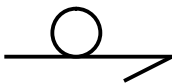
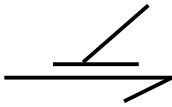
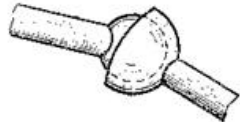
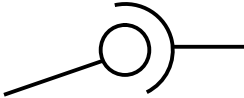
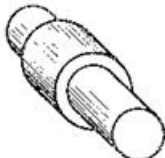
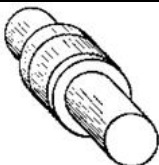
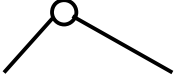
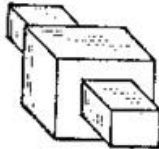
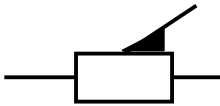
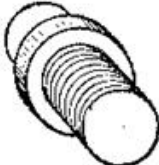
1.3 Умова в'язів в кінематичній парі

Обмеження, які накладає на відносний рух ланок кінематичні пари, називають умова в'язів в кінематичній парі. Число ступенів свободи H кінематичної пари в відносному русі її ланок визначається рівнянням

$$H = U - S,$$

де S – кількість умов в'язів в кінематичній парі.

1.4 Класифікація кінематичних пар

Назва кінематичної пари	Умовне зображення	S	H	Клас кінематичної пари
 Шар на площині		1	5	I (перший)
 Циліндр на площині		2	4	II (другий)
 Призма на площині		3	3	III (третій)
 Сферична		3	3	III (третій)
 Сферична з пальцем		4	2	IV (четвертий)
 Циліндрична		4	2	IV (четвертий)
 Обертальна		5	1	V (п'ятий)
 Поступальна		5	1	V (п'ятий)
 Гвинтова		5	1	V (п'ятий)

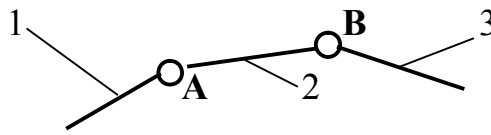
Кінематичні пари розділяють на зворотні та не зворотні. Якщо при закріпленні однієї із ланок кінематичної пари вигляд траєкторії точки другої ланки в відносному русі зберігається, то кінематична пара називається зворотною, якщо ні то не зворотною. Всі нижчі кінематичні пари зворотні, а вищі не зворотні.

2. Кінематичні ланцюги

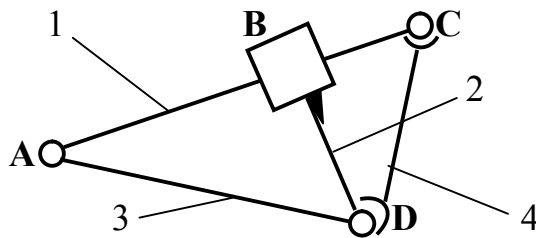
Ланки з'єднані між собою з допомогою кінематичних пар утворюють **кінематичні ланцюги**.

Розпізнають чотири типи кінематичних ланцюгів.

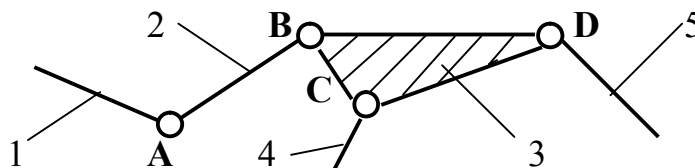
Простим відкритим кінематичним ланцюгом називають ланцюг, в якому дві ланки (крайні) входять тільки в одну кінематичну пару, а всі інші в дві.



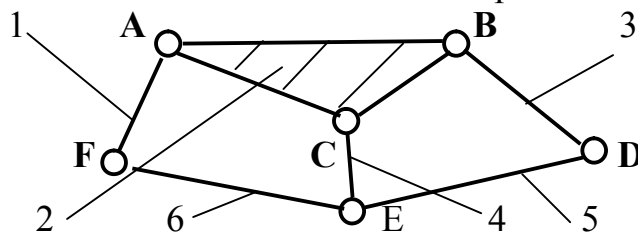
Простим замкненим кінематичним ланцюгом називають ланцюг, в якому всі ланки входять в дві кінематичні пари.



Складним відкритим кінематичним ланцюгом називають ланцюг, в якому крім ланок, що входять в одну і дві кінематичні пари є ланки, які входять в три та більше кінематичні пари.



Складним замкненим кінематичним ланцюгом називають ланцюг ланки якого входять в дві та більше кінематичних пар.



ЛЕКЦІЯ № 2

МЕХАНІЗМИ ЇХ СТРУКТУРА І КЛАСИФІКАЦІЯ

1. Визначення механізму з точки зору його структури

Механізмом – називають кінематичний ланцюг, до складу якого входить нерухома ланка і число ступенів свободи якого дорівнює числу узагальнених координат, які однозначно описують положення ланцюга відносно стійки.

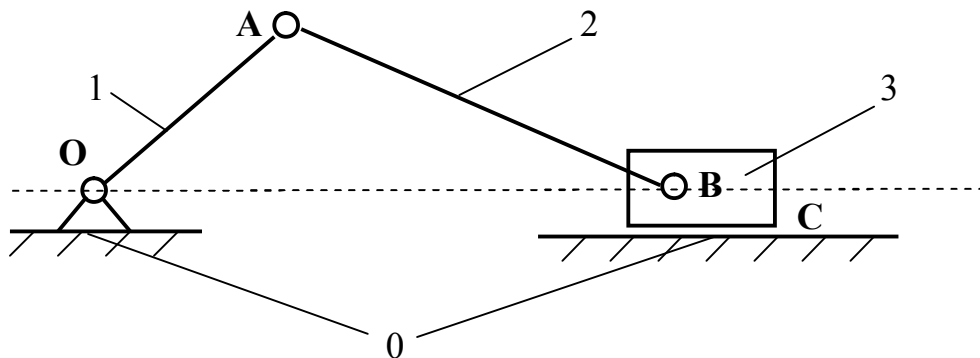
Враховуючи поняття кінематичної пари, кінематичного ланцюгу та визначення механізму при дослідженні використовують структурні та кінематичні схеми механізмів.

Структурною схемою механізму – називають його графічне зображення виконане з використанням умовного позначення ланок та кінематичних пар не враховуючи їх розміри.

Кінематичною схемою механізму – називають його структурну схему яку виконують у відповідному масштабі, що дозволяє проводити кінематичні розрахунки механізму.

Ланки на схемах позначають цифрами (як правило 0 – стійка, 1 – ведуча ланка), а кінематичні пари великими буквами латинського алфавіту.

Приклад кінематичної схеми кривошипно – повзунного механізму.



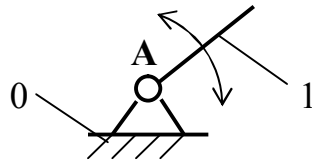
Кривошипно – повзунний механізм складається з трьох рухомих ланок та стійки. Згідно визначенню ланка 1 – кривошип, ланка 2 – шатун, ланка 3 – повзун (поршень). Таким чином, ланка 1 здійснює неперервний обертальний рух відносно точки О, ланка 2 здійснює складний плоско паралельний рух, а ланка 3 поступальний рух відносно стійки.

Точка О – обертальна кінематична пара яку утворює кривошип 1 з стійкою 0. Точка А – обертальна кінематична пара яку утворює кривошип 1 з шатуном 2. Точка В – обертальна кінематична пара яку утворює шатун 2 з повзуном 3. Точка С – поступальна кінематична пара яку утворює повзун 3 з стійкою.

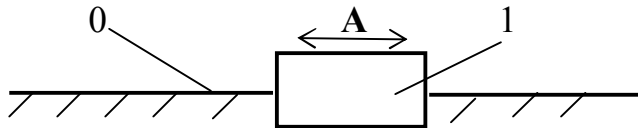
2. Основні види механізмів з нижчими парами

Двох – ланкові механізми:

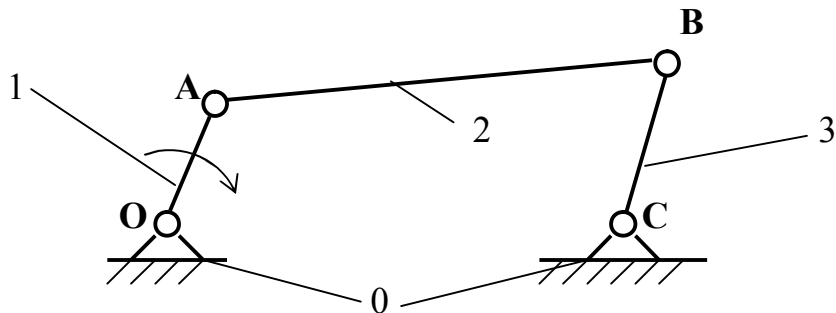
- з обертальною парою



- з поступальною парою.



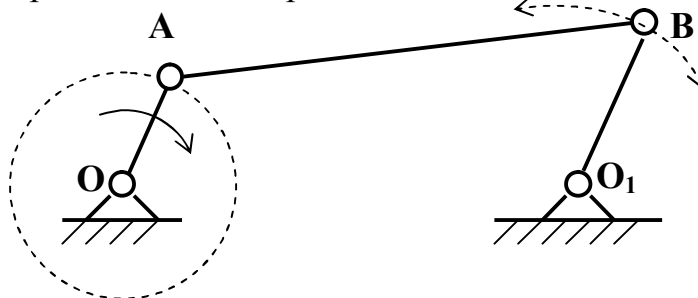
Чотирьох – ланкові механізми



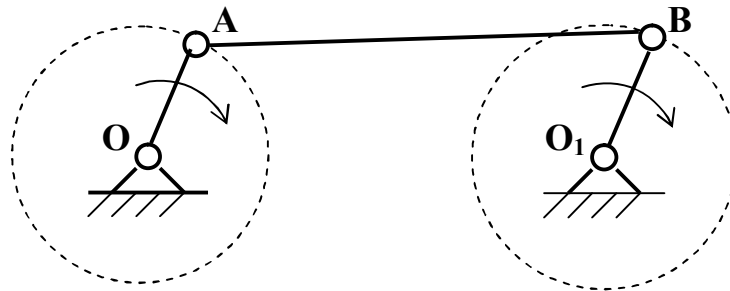
В чотирьох – ланкових механізмах **кривошипом** називають ланку, яка здійснює повний оберт відносно нерухомої осі (ланка 1), **коромислом** називають ланку, яка здійснює неповний оберт відносно нерухомої осі (ланка 3), **шатуном** називають ланку, яка не утворює кінематичних пар з стійкою (ланка 2), **повзуном** називають ланку, яка утворює поступальну кінематичну пар з стійкою, **кулісою** називають рухому ланку, яка утворює поступальну кінематичну пар з іншою рухомою ланкою – **каменем**.

Таким чином, згідно до відповідної термінології, маємо наступні види чотирьох – ланкових механізмів:

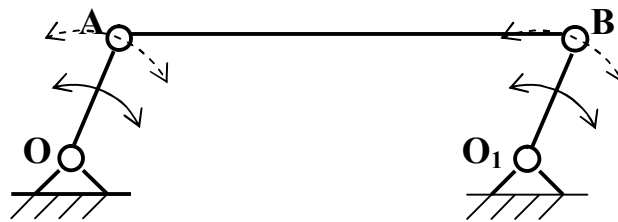
- кривошипно – коромислові механізми



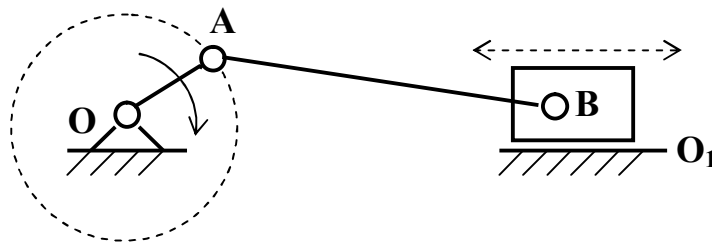
- двох – кривошипні механізми



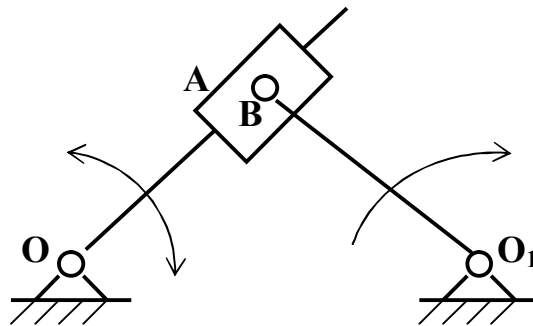
- двох – коромислові механізми



- кривошипно – повзуні механізми



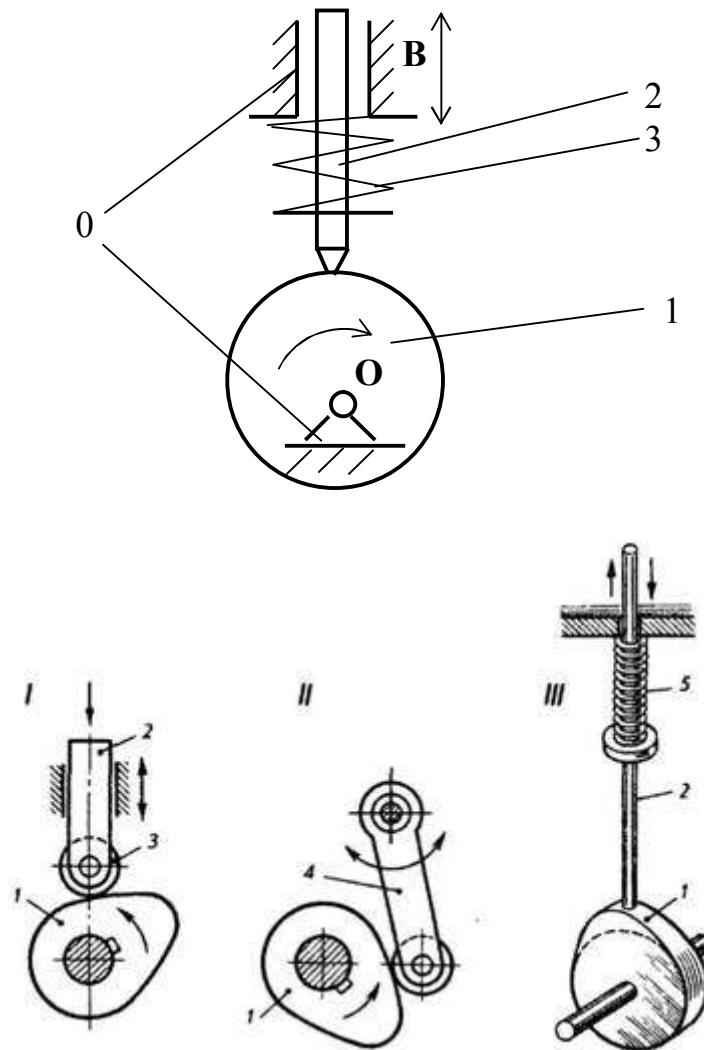
- кулісні механізми



3. Основні види механізмів з вищими парами

Кулачкові механізми

Найпростішим кулачковим механізмом є трьох ланковий механізм, який складається з ведучої ланки **кулачка** (1), веденої ланки **штовхача** (2) та стійки (0). В більшій частині кулачкові механізми мають силове замикання вищої кінематичної пари (точка **A**) за допомогою пружного елемента (3). В деяких випадках використовують геометричне замикання кінематичних пар.



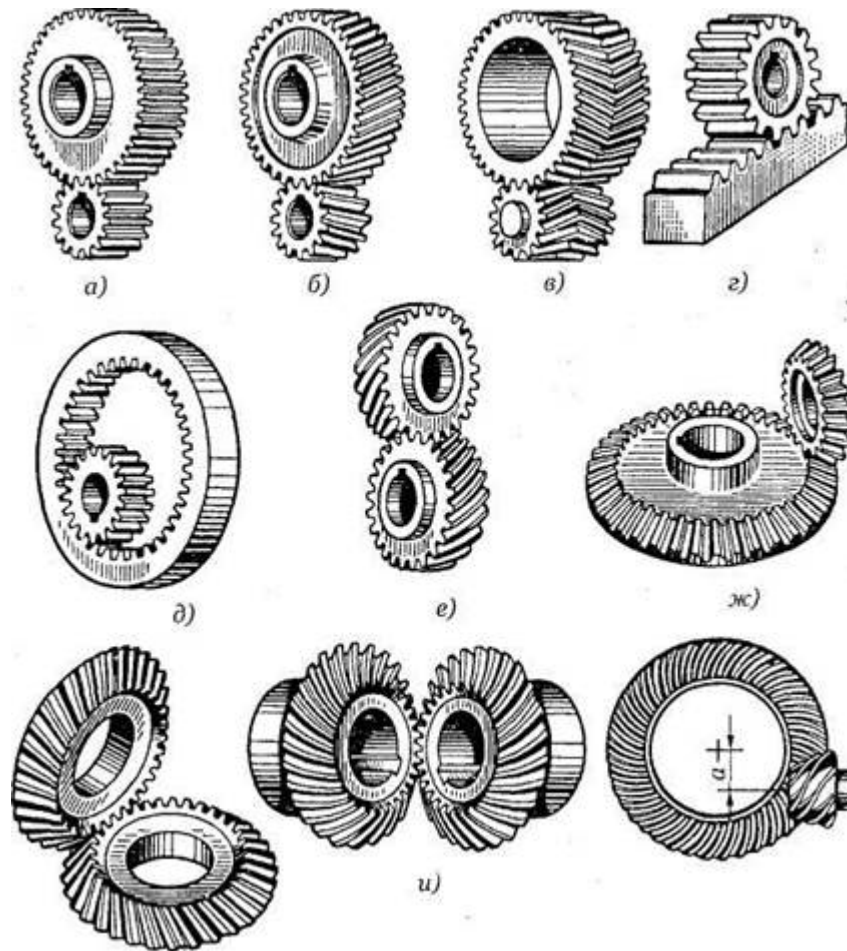
- I – центральний кулачковий механізм з роликовим штовхачем,
 II – позацентровий кулачковий механізм з роликовим штовхачем,
 III – кулачковий механізм з голковим штовхачем.

Зубчасті механізми

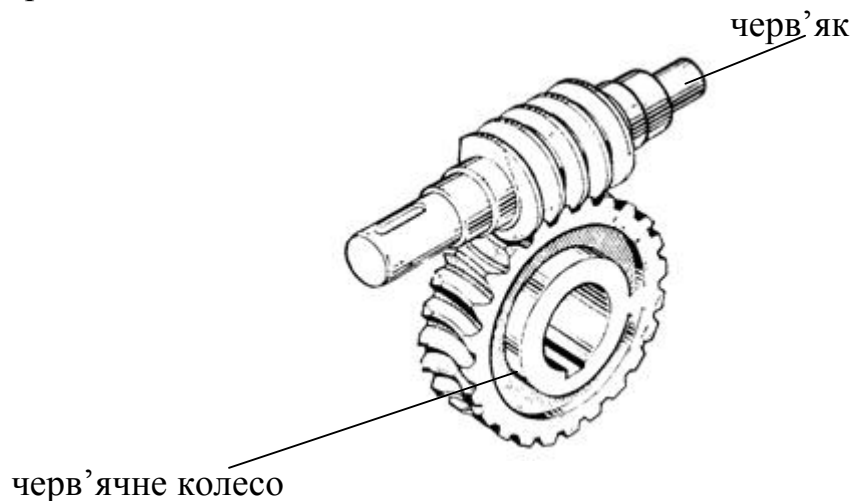
Зубчасті механізми забезпечують передачу руху за допомогою зачеплення відповідних ланок. До зубчастих механізмів відносяться: циліндричні; конічні; черв'ячні; гвинтові; гепоїдні передачі. Вища кінематична пара має місце в зоні зачеплення.

Циліндричні зубчасті передачі зовнішнього зачеплення: а – прямозуба, б – косозуба, в – шеврона, та внутрішнього зачеплення – д. Відповідні передачі передають рух між паралельними валами. Передача циліндричне колесо – рейка, (г). Зубчата гвинтова передача – е.

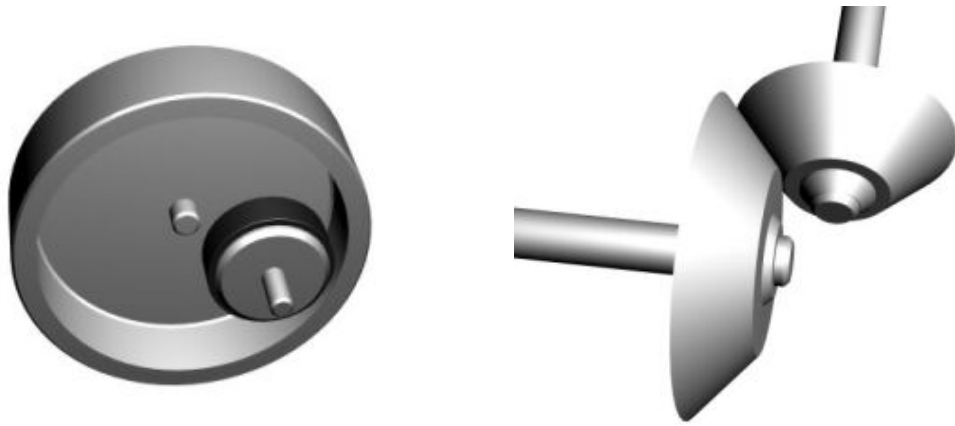
Конічні зубчасті передачі: ж – прямозуба, з – косозуба, и – передача з круговим зубом, та гіпоїдна перелача.



Черв'ячні передачі. Передають рух валам які перехрещуються в просторі.



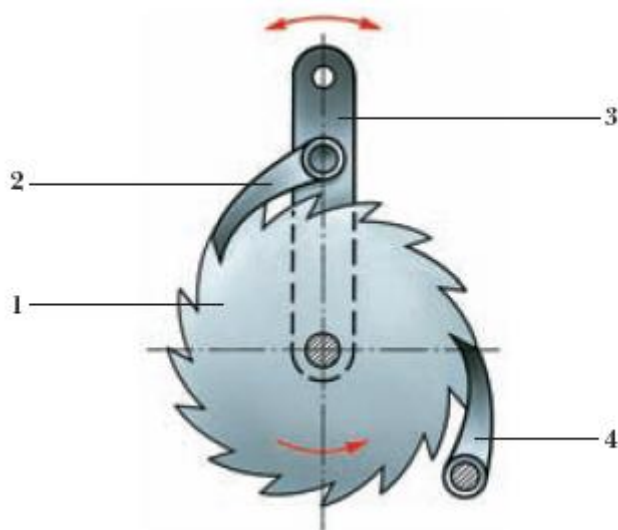
Фрикційні механізми — це механізми які передають рух за допомогою сил тертя, які виникають між робочими тілами. Вища кінематична пара має місце в зоні контакту робочих тіл.



Мальтійські механізми – це механізми які перетворюють неперервний рух в перервний. Вища кінематична пара має місце в зоні передачі руху.



Храпові механізми – механізми які перетворюють зворотно обертальний рух в перервний обертальний рух одного напрямку. Вища кінематична пара має місце в зоні передачі руху.



1 – храпове колесо, 2 – собачка, 3 – важіль, 4 – стопорна собачка.

ЛЕКЦІЯ № 3 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

1. Структурна формула кінематичного ланцюга

Якщо на ланку, яка рухається у просторі не накладено ніяких в'язів, то вона як відомо має шість ступенів волі. Тоді, якщо маємо k вільних у просторі ланок, то загальна кількість їх ступенів вільності дорівнює $H = 6k$. З'єднуючи ці ланки за допомогою кінематичних пар різних класів одержимо кінематичний ланцюг. Кожна з цих пар накладе на ланку, що входить у кінематичну пару, відповідну кількість в'язей.

Якщо число пар I класу, в які входять ланки даного кінематичного ланцюгу, дорівнює p_1 , число пар II класу – p_2 , число пар III класу – p_3 , число пар IV класу – p_4 , число пар V класу – p_5 то загальне число ступенів вільності всіх ланок, що входять до кінематичного ланцюгу:

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1.$$

Закріпивши одну із ланок (як це буває в механізмі) визначимо число ступенів вільності механізму відносно стійки.

$$W = H - 6 = 6(k - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1.$$

Позначимо число рухомих ланок кінематичного ланцюгу $k - 1 = n$, одержимо

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.1)$$

Рівність (1.1) носить назву формули рухомості, або структурної формули кінематичного ланцюга загального вигляду. Ця формула була отримана С.П. Сомовим у 1887 році і розвинута А.П. Малишевим у 1923 році, тому носить назву Сомова – Малишева.

У плоских механізмів на рух всіх ланок в цілому накладено три загальних обмежень. Тоді згідно цих обставин структурна формула механізму буде слідкуючою:

$$W = (6-3)n - (5-3)p_5 - (4-3)p_4 - (3-3)p_3, \\ W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.2)$$

Ця формула була виведена П.Л. Чебишевим у 1868 році і носить назву формули Чебишева, яку часто записують в наступному вигляді:

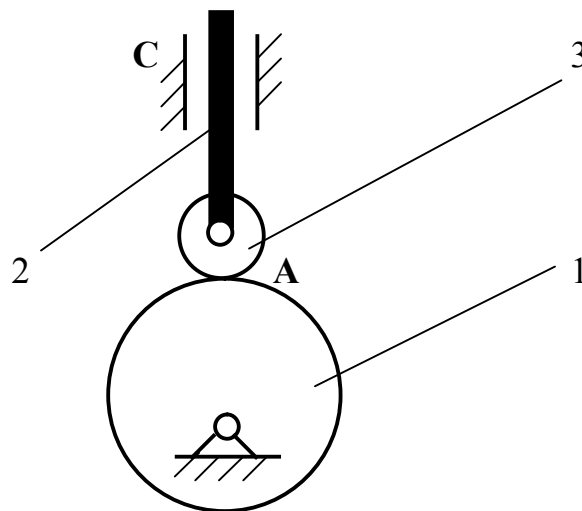
$$W = 3n - 2p_H - p_B,$$

де p_H – число нижчих кінематичних пар, p_B – число вищих кінематичних пар.

2. Пасивні в'язі та зайві ступені рухомості

Пасивними називають ланки, які при їх умовному виключенні із механізму не змінюють характер його руху.

Розглянемо кулачковий механізм з роликовим штовхачем.



Число рухомих ланок $n=3$, число нижчих кінематичних пар $p_H=3$, число вищих кінематичних пар $p_B=1$. Ступінь вільності

$$W = 3n - 2p_H - p_B, \\ W = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2.$$

Це означає, що ведуча ланка (кулачок) має дві узагальнені координати. Але, визначивши тільки одну узагальнену координату, кут повороту кулачка, можна описати рух всіх ланок механізму. Таким

чином, кулачковий механізм має зайву ступінь вільності, яку вносить ролик (ланка 3). Умовно виключивши ролик 3 з кінематичною парою В, рух штовхача не зміниться і ступінь вільності

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1.$$

Ролик введений для того, щоб зменшити силу тертя, замінивши тертя ковзання на тертя кочення.

При структурному та кінематичному аналізі механізму необхідно вилучити пасивні ланки.

3. Заміна вищих кінематичних пар на нижчі

Еквівалент вищій парі в плоскому механізмі можна знайти способом порівняння двох механізмів, у яких однакове число ступенів вільності і однаковий закон руху всіх ланок.

Нехай перший механізм має одну вищу кінематичну пару, а другий механізм тільки нижчі кінематичні пари. Тоді, згідно рівняння (1.2) маємо:

$$\begin{aligned} W_1 &= 3(k_1 - 1) - 2p_{H1} - p_{B1}, \\ W_2 &= 3(k_2 - 1) - 2p_{H2}. \end{aligned}$$

Прирівняємо ступені вільності відповідних механізмів:

$$3(k_1 - 1) - 2p_{H1} - p_{B1} = 3(k_2 - 1) - 2p_{H2}.$$

Розв'язавши це рівняння відносно p_{B1} маємо

$$p_{B1} = 2(p_{H2} - p_{H1}) - 3(k_2 - k_1).$$

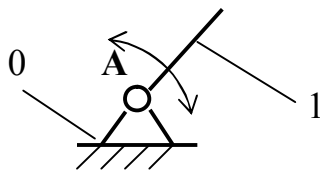
Отримане рівняння при умові, що $p_{B1} = 1$, буде виконуватись коли відповідно $p_{H2} - p_{H1} = 2$ та $k_2 - k_1 = 1$. Таким чином, одна вища пара в плоскому механізмі еквівалентна двом нижчим парам і одній додатковій ланці.

Якщо профілями вищої кінематичної пари є криві, що дотикаються, то нижчі кінематичні пари розташовані у центрах кривизни цих профілів на спільній нормалі і з'єднані ланкою, що входить до цих кінематичних пар. Побудований таким чином механізм називається замінюючим, а його ступінь вільності і відносний рух ланок не змінюється відповідно до реального механізму.

4. Групи Ассура і класифікація механізмів

Любий плоский важільний механізм можна створити методом «нашарування», тобто способом приєднання до одного чи декількох первинних механізмів одного чи декількох кінематичних ланцюгів, які називаються групами Ассура.

Первинним механізмом чи механізмом першого класу і першого порядку називають двох ланковий механізм. В основному, як правило це кривошип та стійка.



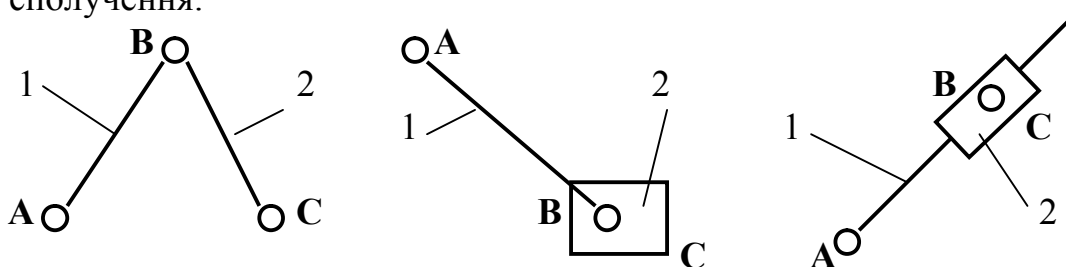
Групою Ассура називається плоский кінематичний ланцюг, який характеризується наступними властивостями:

1. ланки цього ланцюгу утворюють тільки обертальні та поступальні кінематичні пари;
2. деякі ланки цього ланцюгу мають вільні елементи відповідних кінематичних пар;
3. якщо приєднати цей ланцюг вільними елементами до стійки то ступінь його рухомості відносно стійки дорівнює нулю.

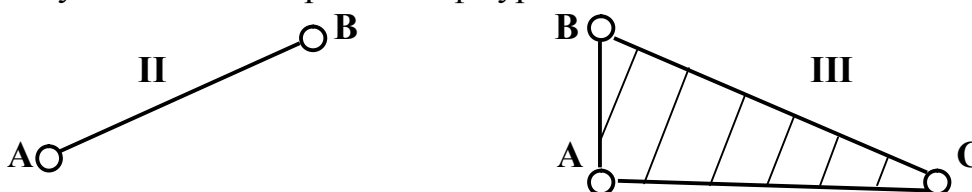
З останньої властивості випливає, що число ланок асурової групи має бути парним.

Згідно з розробленої класифікації плоских механізмів з нижчими кінематичними парами, яку розробив професор Л.В. Ассур у 1916р., кожний механізм розглядається як складна система, що має стояк, ведучі ланки і ряд найпростіших кінематичних ланцюгів. Таким чином, згідно цієї класифікації клас механізму визначається класом і порядком найбільш складної асурової групи.

Найпростіша група Ассура складається з двох ланок і трьох кінематичних пар. Оскільки ланки ланцюга можуть утворювати обертальні та поступальні кінематичні пари, то можливі такі варіанти їх сполучення.

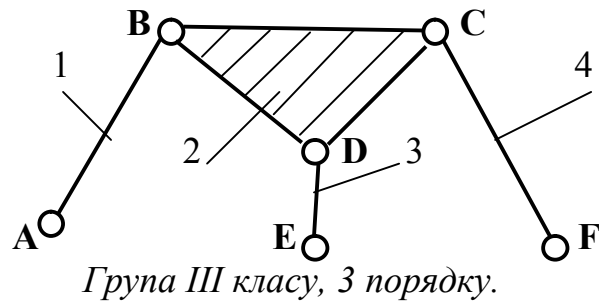
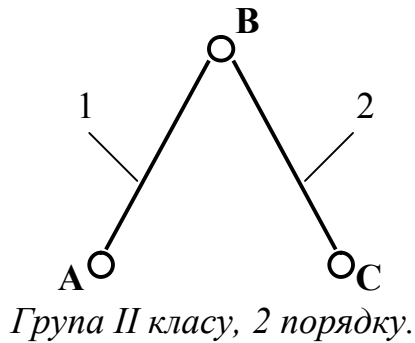


Клас асурової групи визначається класом контуру. Контури II та III класу являються жорсткими фігурами і називаються базисними.



Порядок групи Ассура визначається кількістю вільних елементів кінематичних пар (повідків), якими відповідна група приєднується до

стояка чи механізму. Нижче наведені приклади двох та трьох повідкові групи Ассура.



5. Структурний аналіз механізмів

Структурний аналіз механізмів бажано проводити по його структурній схемі, яку в свою чергу будують на основі його кінематичної схеми.

При побудові структурної схеми механізму необхідно додержуватись наступних правил:

- ланки зображають за допомогою простих геометричних фігур;
- усі жорсткі фігури необхідно заштрихувати;
- умовно усі поступальні кінематичні пари потрібно замінити на обертальні;
- побудову починають з стійки (знизу під штриховка);
- будують фігури, що зображають ланки, які утворюють кінематичні пари з стійкою;
- будують фігури, що зображають ланки, які не утворюють кінематичних пари з стійкою.

Ланки та кінематичні пари позначають як і на кінематичній схемі.

Послідовність виконання структурного аналізу

1. Визначають ступінь рухомості механізму.
2. При наявності виключають пасивні умови в'язів.
3. Вилучають зайві ступені рухомості.
4. При наявності заміняють вищі кінематичні пари на нижчі.
5. Будують структурну схему механізму.
6. Перевіряють ступінь рухомості механізму. Він має бути таким, як і в пункті 1.
7. Виділяють механізм I класу і 1 порядку.
8. Починаючи з найвіддаленішої ланки від ведучої виділяють крайню групу Ассура. Вона завжди двох-повідкова група.
9. Виділяють наступні групи та встановлюють їх клас і порядок. Так поступають доти, доки не дійдуть до ведучої ланки.

10. За класом більш складної групи Ассура визначають клас і порядок механізму в цілому, вказавши, при якій ведучій ланці виконано структурний аналіз.

11. Записують структурну формулу механізму.

Класифікація механізмів за Ассуром – Артоболовським дає змогу розробити методи кінематичного та динамічного дослідження не всього механізму, а окремих груп Ассура.

Наприклад. Структурна формула механізму

$$I \rightarrow II_2 \rightarrow III_3 \rightarrow II_2.$$

Це означає, що до ведучої ланки і стояка (механізму I класу) приєднано групу Ассура II класу і 2 порядку, до неї – групу Ассура III класу і 3 порядку, та нарешті, групу Ассура II класу і 2 порядку.

Таким чином, порядок побудови механізму наступний

$$I \rightarrow II_2 \rightarrow III_3 \rightarrow II_2,$$

порядок кінематичного дослідження,

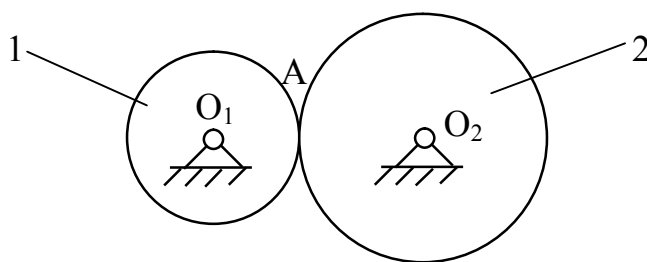
$$I \rightarrow II_2 \rightarrow III_3 \rightarrow II_2,$$

а порядок динамічного дослідження – зворотній.

$$I \leftarrow II_2 \leftarrow III_3 \leftarrow II_2.$$

Приклади проведення структурного аналізу механізмів

Приклад №1. Виконати структурний аналіз механізму циліндричної зубчатої передачі.



Даний механізм складається з двох рухомих ланок: 1 – шестерня і 2 – колесо. Точки O_1 та O_2 обертальні кінематичні пари (нижчі), а точка А (зона зачеплення) вища кінематична пара.

Таким чином маємо: $n = 2$; $p_H = 2$; $p_B = 1$,

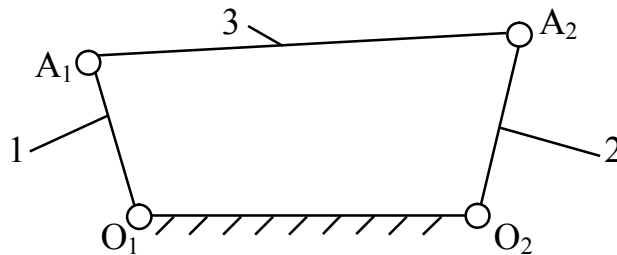
$$W = 3n - p_H - p_B,$$

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

відповідно маємо тільки одну ведучу ланку.

Будуємо структурну схему механізму використовуючи відповідну послідовність:

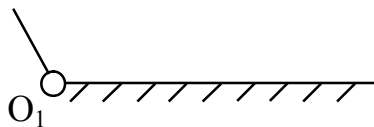
- механізм утворює з стійкою тільки дві кінематичні пари (O_1 і O_2) тому її зображаємо з допомогою прямої лінії;
- ланки 1 та 2 теж утворюють тільки по дві кінематичні пари (O_1, A_1 і A_2, O_2) тому їх зображаємо з допомогою прямих ліній;
- вищу кінематичну пару заміняємо на нижчі (вводимо додаткову ланку 3).
-



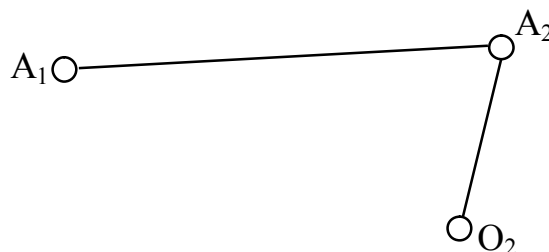
Структурна схема механізму

Виконуємо структурний аналіз

1. Визначаємо ступінь вільності $W = 3n - p_H - p_B$,
згідно схеми: $n = 3$; $p_H = 4$; $p_B = 0$,
 $W = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$, відповідно маємо один механізм першого класу та першого порядку;
2. Виділяємо з схеми механізм першого класу та першого порядку;

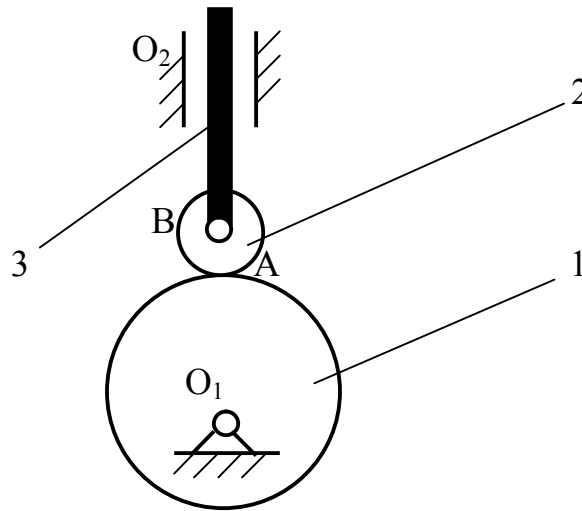


3. Кінематичний ланцюг, що залишився є групою Ассура другого класу та другого порядку



4. Записуємо формулу побудови механізму $I \rightarrow II_2$. Таким чином, маємо механізм другого класу та другого порядку.

Приклад №2. Виконати структурний аналіз кулачкового механізму.



Даний механізм складається з трьох рухомих ланок: 1 – кулачок, 2 – ролик і 3 – штовхач. Точки O_1 та B обертальні кінематичні пари, а точка O_2 поступальна кінематична пара (нижчі). Точка A (зона передачі руху) вища кінематична пара.

Таким чином маємо: $n = 3$; $p_H = 3$; $p_B = 1$,

$$W = 3n - p_H - p_B,$$

$$W = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2$$

Але в даному випадку ступінь вільності механізму повинен дорівнювати одиниці, так як ведучою ланкою є тільки кулачок. Тому має місце пасивна ланка, яку необхідно вилучити. Пасивною ланкою являється ролик, при його вилученні характер руху механізму не зміниться.

Відповідно маємо: $n = 2$; $p_H = 2$; $p_B = 1$,

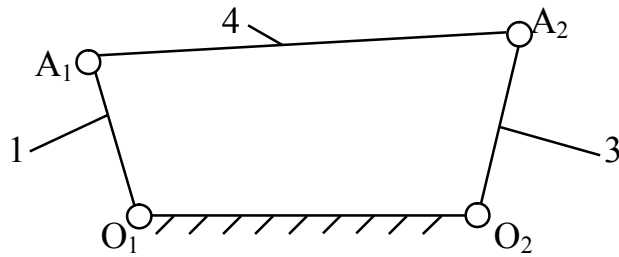
$$W = 3n - p_H - p_B,$$

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

тільки одна ведуча ланка.

Будуємо структурну схему механізму використовуючи відповідну послідовність:

- механізм утворює з стійкою тільки дві кінематичні пари (O_1 і O_2) тому її зображаємо з допомогою прямої лінії;
- ланки 1 та 3 теж утворюють тільки по дві кінематичні пари (O_1, A і A, O_2) тому їх зображаємо з допомогою прямих ліній;
- вищу кінематичну пару заміняємо на нижчі (вводимо додаткову ланку 4).



Структурна схема механізму

Виконуємо структурний аналіз

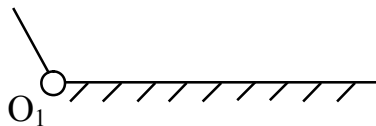
1. Визначаємо ступінь вільності $W = 3n - p_H - p_B$,

згідно схеми: $n = 3$; $p_H = 4$; $p_B = 0$,

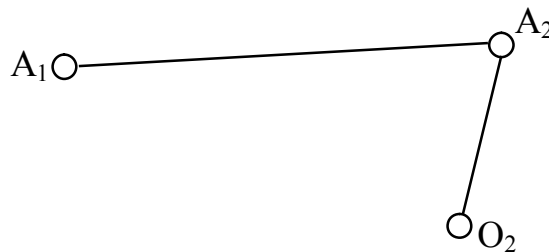
$$W = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1,$$

відповідно маємо один механізм першого класу та першого порядку;

2. Виділяємо з схеми механізм першого класу та першого порядку;



3. Кінематичний ланцюг, що залишився є групою Ассура другого класу та другого порядку



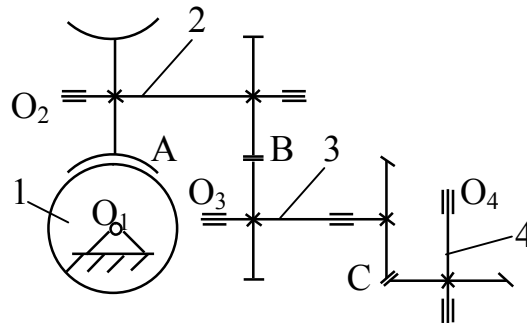
4. Записуємо формулу побудови механізму $I \rightarrow II_2$. Таким чином, маємо механізм другого класу та другого порядку.

Примітка. З перших двох прикладів видно, що структурні схеми різних по конструкції механізмів можуть бути однакові.

Приклад №3. Виконати структурний аналіз механічної передачі яка складається з черв'ячної, циліндричної та конічної зубчатих передач.

Даний механізм складається з чотирьох рухомих ланок: 1 – вал-черв'як, 2 – проміжний вал, на якому розташовано черв'ячне колесо та шестерня циліндричної передачі, 3 – проміжний вал, на якому

розташовано циліндричне колесо та шестерня конічної передачі, 4 – тихохідний вал.



Точки O_1 , O_2 , O_3 та O_4 обертальні кінематичні пари (нижчі), а точки A, B, C (зона зачеплення) вищі кінематичні пари.

Таким чином маємо: $n = 4$; $p_H = 4$; $p_B = 3$,

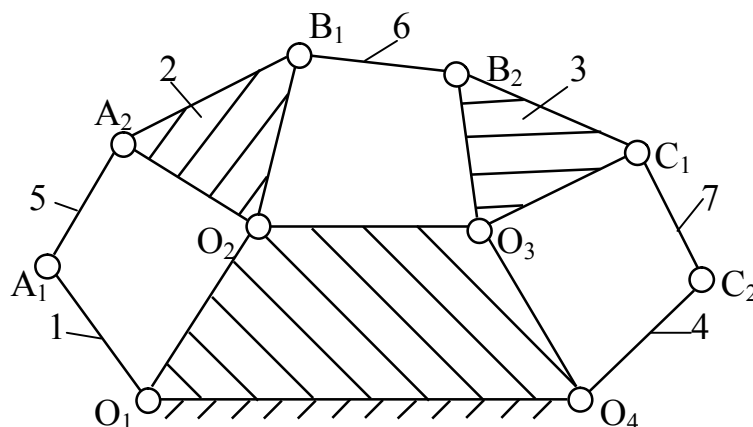
$$W = 3n - p_H - p_B,$$

$$W = 3 \times 4 - 2 \times 4 - 3 = 1$$

відповідно маємо тільки одну ведучу ланку.

Будуємо структурну схему механізму використовуючи відповідну послідовність:

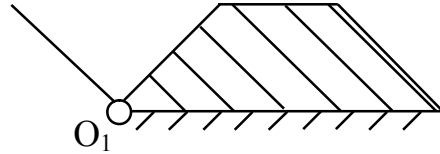
- механізм утворює з стійкою чотири кінематичні пари (O_1 , O_2 , O_3 та O_4) тому її зображаємо з допомогою трапеції;
- ланки 1 та 4 утворюють тільки по дві кінематичні пари (O_1, A і C, O_4) тому їх зображаємо з допомогою прямих ліній, а ланки 2 і 3 утворюють по три кінематичні пари тому їх зображаємо з допомогою трикутників;
- вищі кінематичні пари (A,B,C) заміняємо на нижчі (вводимо додаткові ланки 5,6,7).
-



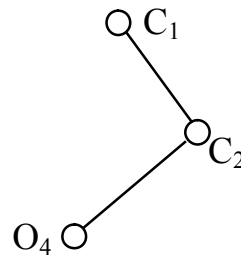
Структурна схема механізму

Виконуємо структурний аналіз

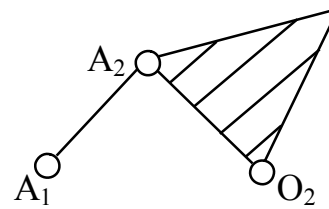
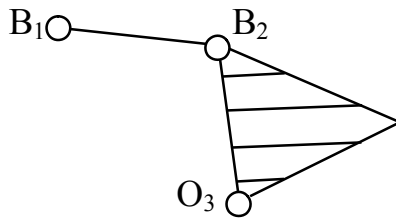
1. Визначаємо ступінь вільності $W = 3n - p_H - p_B$,
згідно схеми: $n = 7$; $p_H = 10$; $p_B = 0$,
 $W = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1$, відповідно маємо один механізм першого класу та першого порядку;
2. Виділяємо з схеми механізм першого класу та першого порядку;



3. Кінематичний ланцюг, що залишився розділяємо на групи Ассура починаючи з найбільш віддаленої, яка завжди є групою другого класу та другого порядку,



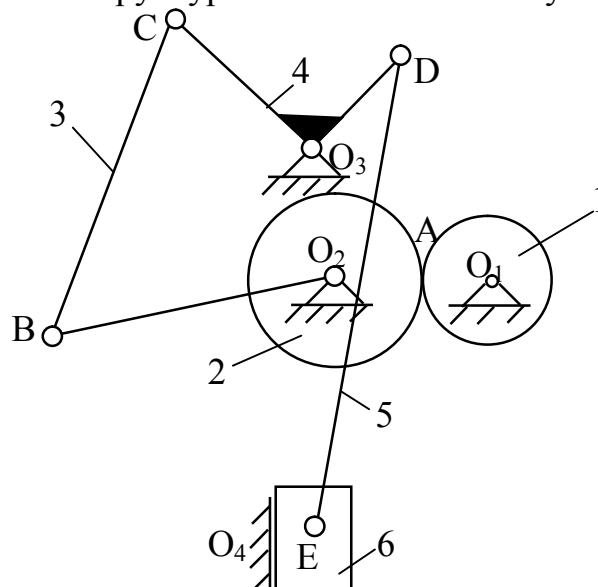
а також виділяємо ще дві групи,



які теж є другого класу та другого порядку;

4. Записуємо формулу побудови механізму $I \rightarrow II_2 \rightarrow II_2 \rightarrow II_2$.
Таким чином, маємо механізм другого класу та другого порядку.

Приклад №4. Виконати структурний аналіз механізму витяжного пресу.



Даний механізм складається з шести рухомих ланок: 1 – шестерня циліндричної передачі, 2 – колесо циліндричної передачі та кривошип, 3 – шатун, 4 – кривошип, 5 – шатун, 6 – повзун. Точки O_1, O_2, O_3, B, C, D і E – обертальні кінематичні пари, O_4 – поступальна кінематична пара (нижчі), а точка A (зона зачеплення) – вища кінематична пара.

Таким чином маємо: $n = 6$; $p_H = 8$; $p_B = 1$,

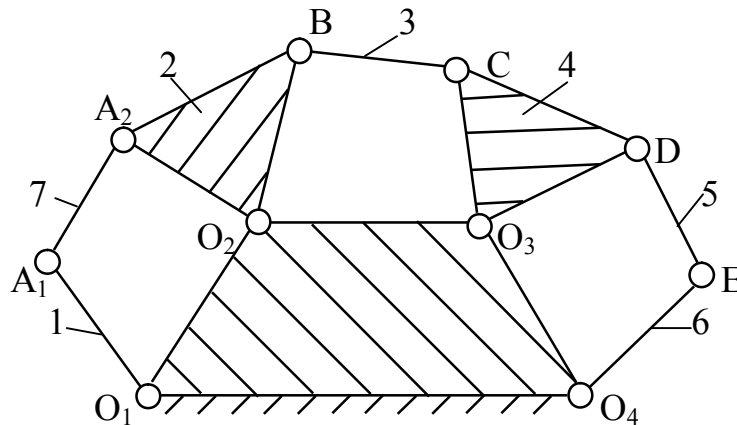
$$W = 3n - p_H - p_B,$$

$$W = 3 \times 6 - 2 \times 8 - 1 = 1$$

відповідно маємо тільки одну ведучу ланку.

Будуємо структурну схему механізму використовуючи відповідну послідовність:

- механізм утворює з стійкою чотири кінематичні пари (O_1, O_2, O_3 та O_4) тому її зображаємо з допомогою трапеції;
- ланки 1, 3, 5 і 6 утворюють тільки по дві кінематичні пари (O_1, A ; B, C ; D, E ; E, O_4) тому їх зображаємо з допомогою прямих ліній, а ланки 2 і 4 утворюють по три кінематичні пари тому їх зображаємо з допомогою трикутників;
- вищу кінематичну пару (A) заміняємо на нижчі (вводимо додаткову ланку 7).



Структурна схема механізму

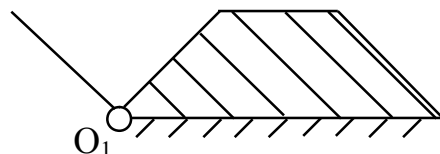
Виконуємо структурний аналіз

1. Визначаємо ступінь вільності $W = 3n - p_H - p_B$,

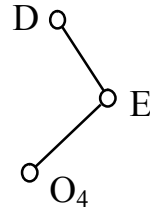
згідно схеми: $n = 7$; $p_H = 10$; $p_B = 0$,

$W = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1$, відповідно маємо один механізм першого класу та першого порядку;

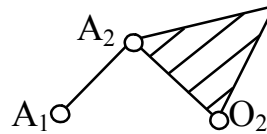
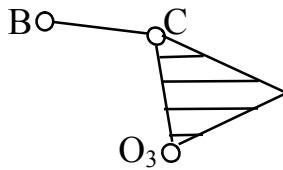
2. Виділяємо з схеми механізм першого класу та першого порядку;



3. Кінематичний ланцюг, що залишився розділяємо на групи Ассура починаючи з найбільш віддаленої, яка завжди є групою другого класу та другого порядку,



а також виділяємо ще дві групи, другого класу та другого порядку;



4. Записуємо формулу побудови механізму $I \rightarrow II_2 \rightarrow II_2 \rightarrow II_2$.
Таким чином, маємо механізм другого класу та другого порядку.

Контрольні питання.

1. Що таке кінематична пара?
2. Види кінематичних пар?
3. Види кінематичних ланцюгів?
4. Що таке кінематична схема механізму?
5. Властивості групи Ассура?
6. Класифікація механізмів по Ассуру?

РОЗДІЛ № II КІНЕМАТИКА МЕХАНІЗМІЗМІВ

ЛЕКЦІЯ №4 МЕТОДИ КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Перманентний рух механізмів

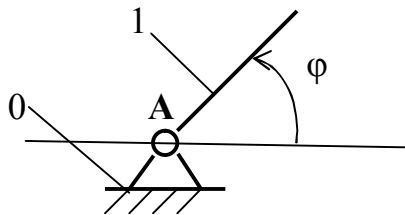
Кінематичне дослідження – вивчення руху ланок механізму без врахування сил, які обумовлюють відповідний рух.

Якщо механізм має одну ступінь вільності, то переміщення, швидкість і прискорення ланки чи точки механізму являються функціями переміщення, швидкості і прискорення однієї ланки механізму, яка прийнята за ведучу.

Закони руху ведучої ланки називають – функціями переміщення, швидкості і прискорення. Відповідні функції можуть бути задані аналітично чи графічно.

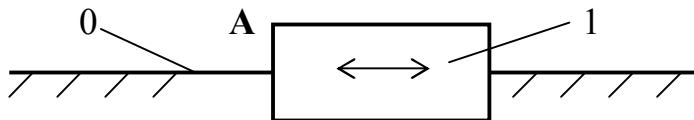
Так як, первинний механізм складається з однієї рухомої ланки, яку вибираємо за ведучу, то відповідно маємо:

- обертальна кінематична пара,



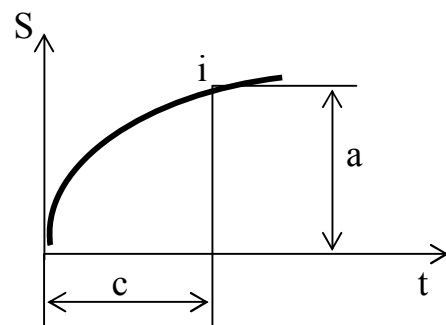
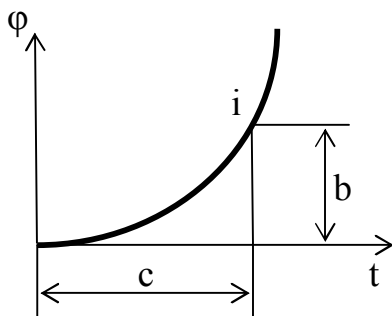
переміщення в аналітичній формі $\varphi = \varphi(t)$, де φ – кут повороту.

- поступальна кінематична пара,



переміщення в аналітичній формі $S = S(t)$, де S – переміщення.

Графічно відповідні функції можуть бути задані у наступному вигляді:



Відповідно до вибраних масштабів маємо:

$$\varphi_i - \varphi_0 = \mu_\varphi b; \quad S_i - S_0 = \mu_S a; \quad t_i - t_0 = \mu_t c.$$

Якщо рух задано у вигляді функцій швидкостей $\omega = \omega(t)$ чи

$$V = V(t) \text{ то } \varphi_i - \varphi_0 = \int_{t_0}^{t_i} \omega(t) dt \quad \text{і} \quad S_i - S_0 = \int_{t_0}^{t_i} V(t) dt,$$

а у вигляді функцій прискорень $\varepsilon = \varepsilon(t)$ чи $a = a(t)$ то

$$\omega_i - \omega_0 = \int_{t_0}^{t_i} \varepsilon(t) dt \quad \text{і} \quad V_i - V_0 = \int_{t_0}^{t_i} a(t) dt.$$

Рух ведучої ланки механізму з постійною кутовою швидкістю ($\omega = \text{const}$ і відповідно $\varepsilon = 0$) називається **перманентним** чи основним рухом механізму.

2. Побудова положень механізму і траєкторії точок

Використовуючи умовні позначення та розміри ланок механізму в масштабі μ_l будують кінематичну схему механізму. Масштаб довжини

μ_l визначають як відношення реальної довжини ланки до довжини відрізка, що зображає її на кінематичній схемі.

Для визначення положення ланок механізму задають закон руху ведучої ланки ($\omega_1 = \text{const}$), на основі якого визначають характер руху інших ланок та траєкторії руху кінематичних пар. Вибравши початкове положення ведучої ланки, будують положення інших ланок. За початкове положення ведучої ланки доцільно вибирати таке положення, за якого ведена ланка, яка виконує безпосередньо технологічний процес, займе крайнє положення на своїй траєкторії руху. Оскільки у більшості машин робочий хід здійснюється повільніше, ніж холостий, то за початкове потрібно взяти таке положення, щоб ведуча ланка рухалась з одного крайнього положення до іншого через робочий хід, а не холостий.

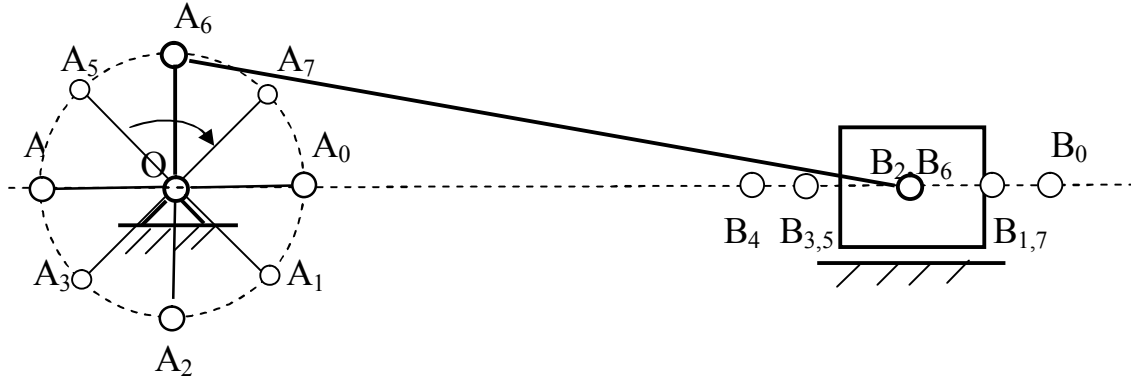
У кривошипно – повзунного та кривошипно – коромислового механізмів ведені ланки, які виконують безпосередньо технологічний процес, перебувають у крайньому положенні, коли кривошип і шатун знаходяться на одній лінії. Звідси впливає метод знаходження крайніх положень ведених (повзун та коромисло, відповідно) ланок.

3. Метод кінематичних діаграм

Кінематичні діаграми являють собою графічне зображення кінематичних параметрів точок чи ланок механізму в функції часу, кута повороту чи переміщення ведучої ланки відповідного механізму.

Кінематичні діаграми дають наочне графічне зображення одного із кінематичних параметрів в залежності від іншого за повний цикл роботи механізму.

Розглянемо спосіб побудови кінематичних діаграм для повзуна кривошипно – повзунного механізму.

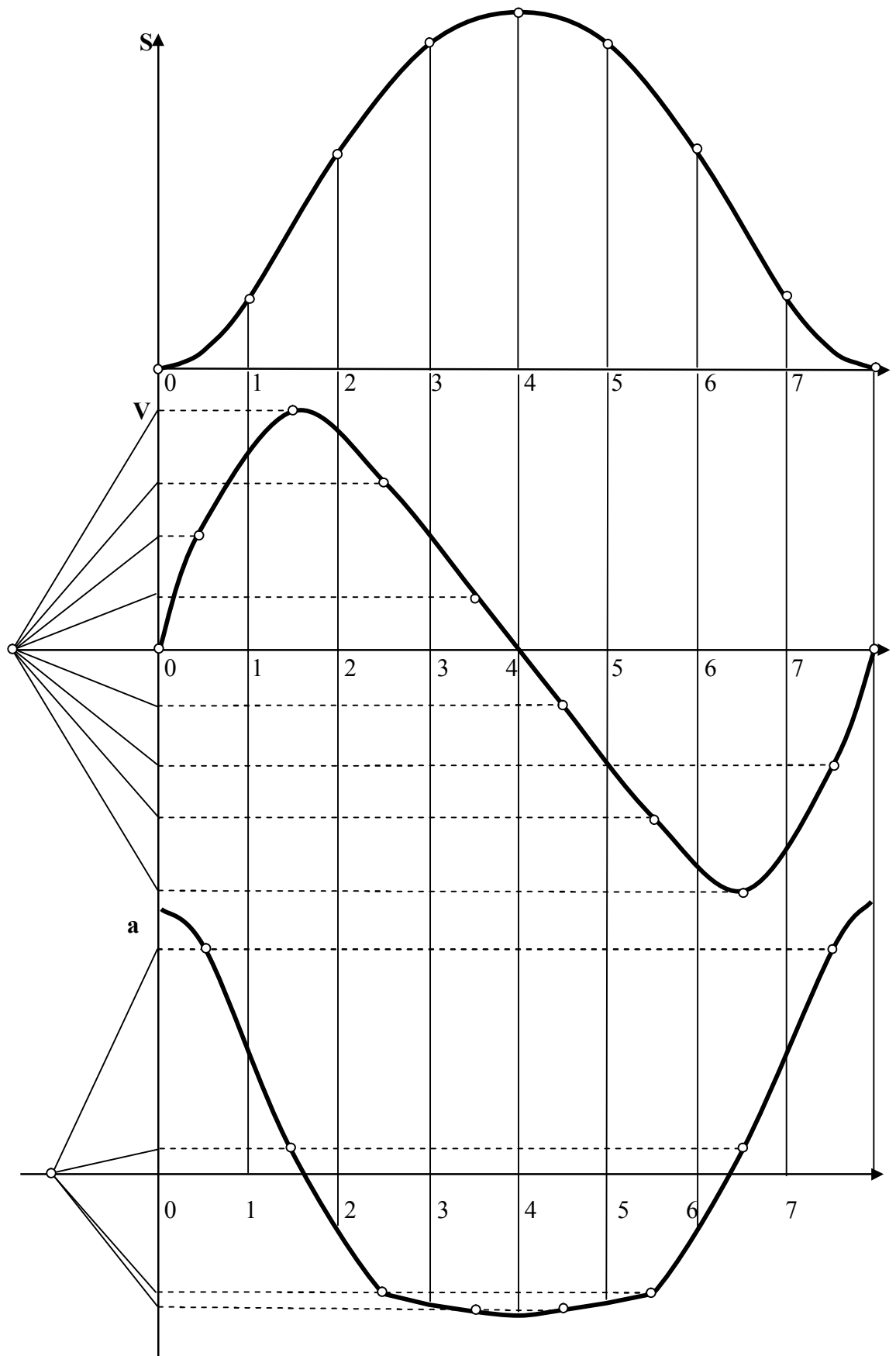


Спочатку побудуємо графік переміщення повзуна (т. В) як функцію часу t чи кута повороту φ ведучої ланки (кривошипа).

Будуємо осі координат $(S - t)$ чи $(S - \varphi)$ і на осі абсцис відкладаємо відрізок $l = (0 - 8)$ в мм, який відображає час чи кут одного повного оберту кривошипа. Відрізок l ділимо на вісім рівних частин (так як маємо 8 положень механізму) і в відповідних точках 0, 1, 2, ..., 8 по осі ординат відкладаємо відстань $B_0B_0, B_0B_1, B_0B_2, \dots, B_0B_7, B_0B_0$ які в масштабі μ_l зображають переміщення повзуна від крайнього правого положення B_0 за один оберт кривошипа. З'єднавши послідовно отримані точки кривою (бажано плавною), дістанемо діаграму переміщення повзуна

$$S_B = S_B(t) \quad \text{чи} \quad S_B = S_B(\varphi).$$

Так як, величини переміщення $B_0B_0, B_0B_1, \dots, B_0B_7, B_0B_0$ відкладали прямо із кінематичної схеми, то масштаб μ_S діаграми $S_B = S_B(\varphi)$ буде дорівнювати μ_l . Якщо необхідно переміщення зменшити чи збільшити в m раз, то $\mu_S = m\mu_l$.



Для спрощення малюнку хорди на відповідних графіках не будувались.

Коли на осі абсцис зображений час одного повного оберту кривошипа, то масштаб часу визначаємо рівнянням

$$\mu_t = \frac{T}{l}, \frac{c}{\text{мм}},$$

де T – час одного оберту кривошипа.

Якщо кривошип обертається з постійною кутовою швидкістю, рівній n_1 обертів за хвилину, то

$$T = \frac{60}{n_1}, c.$$

Коли на осі абсцис відкладено кут повороту кривошипа, то масштаб μ_φ визначаємо рівнянням

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l}, \frac{\text{рад}}{\text{мм}}.$$

Для побудови діаграми швидкості повзуна $V_B = V_B(t)$ використаємо метод графічного диференціювання функції $S_B = S_B(t)$, так як

$$V_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{d[S_B(t)]}{dt},$$

а

$$\frac{dS_B}{dt} = \text{tg} \alpha,$$

де α – кут нахилу дотичної до кривої в даній точці функції $S_B = S_B(t)$.

Але на практиці метод дотичних незручний, оскільки провести точно дотичну в даній точці кривої важко. Тому частіше використовують метод хорд (січних), т. я. хорда стягуюча дугу паралельна дотичній яка проведена до відповідної дуги в середині її інтервалу. Зменшуючи інтервал диференціювання можна досягти того, що дотична і хорда зіллються. Таким чином, чим менше інтервал диференціювання, тим точніше воно буде виконано.

Маючи діаграму швидкості $V_B = V_B(t)$, аналогічно будемо діаграму прискорення $a_B = a_B(t)$, так як

$$a_B = \frac{dV_B}{dt} = \frac{d[V_B(t)]}{dt},$$

а

$$\frac{dV_B}{dt} = \operatorname{tg} \beta.$$

Якщо необхідно ординати швидкості чи прискорення зменшити, на відповідних графіках, то полюсну відстань H потрібно зменшити, і навпаки.

Масштаб μ_t діаграми $V_B = V_B(t)$ і $a_B = a_B(t)$ залишається таким же, як і раніше, а масштаб по осям ординат визначається по формулам:

для діаграми швидкості

$$\mu_V = \frac{\mu_S}{\mu_t H_V}, \frac{м/с}{мм};$$

для діаграми прискорення

$$\mu_a = \frac{\mu_V}{\mu_t H_a}, \frac{м^2/с}{мм},$$

де H_V і H_a – відрізки, взяті з відповідних графіків.

ЛЕКЦІЯ №5 МЕТОД ПЛАНІВ ШВИДКОСТЕЙ ТА ПРИСКОРЕНЬ

Метод кінематичних діаграм дає можливість дослідити зміну кінематичних параметрів тільки однієї точки чи ланки механізму за час одного оберту кривошипа (ведучої ланки). Крім того має ряд недоліків:

- значні похибки, особливо при диференціюванні кривих з великою кривизною;
- неможливість повністю дослідити криволінійний рух, так як способом диференціювання кривої швидкості маємо зміну тільки тангенціального прискорення;
- діаграми дають тільки числові значення векторів, напрямлення яких необхідно знати для визначення напрямків сил і моментів сил інерції.

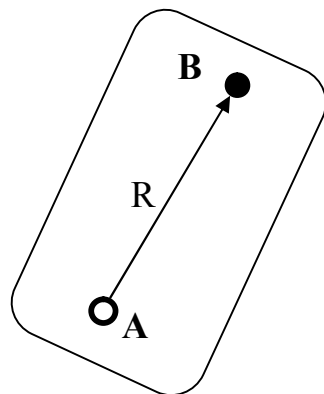
Методи планів швидкостей і прискорень позбавлений цих недоліків і дають можливість визначити лінійні швидкості і прискорення всіх точок механізму, кутові швидкості і прискорення всіх ланок механізму в даному його положенні.

Графічний метод, оснований на побудові планів швидкостей і прискорень, в достатній мірі точний та зручний, має перевагу по відношенню до кінематичних діаграм в тому, що крім отриманих скалярних величин кінематичних характеристик дає напрямлення відповідних векторів швидкості та прискорення точок механізму. Таким чином, побудувавши план швидкостей та прискорень для ряду послідовних положень механізму, можна отримати повну кінематичну характеристику механізму за деякий проміжок часу.

1. Визначення швидкостей та прискорень в загальному вигляді

Довільний рух незмінної плоскої фігури в її площині складається з переносного поступального руху разом із довільно вибраною точкою плоскої фігури (полюсом) та відносним обертальним рухом навколо полюса.

Тому, швидкість та прискорення довільної точки B плоскої фігури можна визначити за допомогою наступних векторних рівнянь



Точка A вибрана за полюс.

R —радіус обертання точки B відносно полюса.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де $\vec{V}_{BA}$ — швидкість точки B в обертальному русі відносно полюсу точки A , то по величині ця швидкість дорівнює добутку кутової швидкості плоскої фігури на відповідну відстань R . $\vec{V}_{BA} = \vec{\omega} \times R$, тому вектор відповідної швидкості повинен бути направлений перпендикулярно до радіусу обертання в сторону яку визначає закон кутової швидкості, $\vec{V}_{BA} \perp R$.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA},$$

де $\vec{a}_{BA}$ — прискорення точки B в обертальному русі відносно полюсу точки A , то відповідно до довільного обертального руху маємо

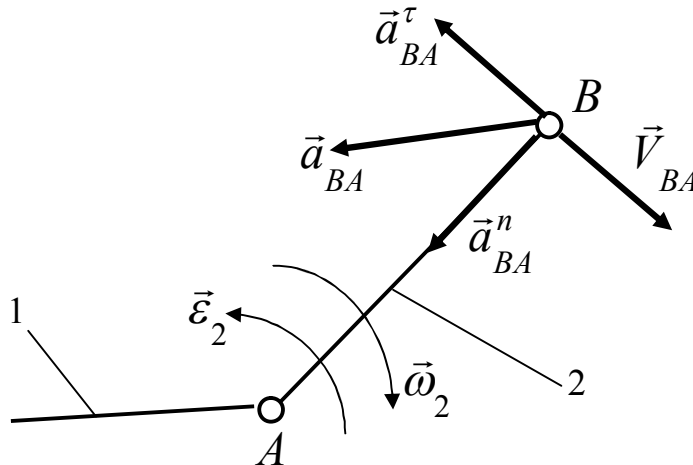
$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau.$$

$\vec{a}_{BA}^n$ — нормальне (доцентрове) прискорення, вектор, відповідного прискорення, направлений по радіусу від точки B в точку A , $\vec{a}_{BA}^n \parallel R$. Скалярна величина визначається рівнянням $a_{BA}^n = \omega^2 R$.

$\vec{a}_{BA}^\tau$ — тангенціальне (дотичне) прискорення, вектор якого перпендикулярний до радіусу обертання, а скалярна величина визначається рівнянням $a_{BA}^\tau = \varepsilon R$, де ε — кутове прискорення плоскої фігури, вектор якого визначає напрямлення вектора тангенціального прискорення.

2. Визначення швидкостей та прискорень в обертельній парі

Розглянемо довільну ланку 2 яка утворює відповідні обертельні пари A і B .



Згідно пункту 1, швидкість кінематичної пари B визначається рівнянням

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де $\vec{V}_A$ — швидкість точки A , яка належить першій та другій ланці.

Швидкість $\vec{V}_{BA} \perp (AB)$ і визначається рівнянням $V_{BA} = |\omega_2| l_{AB}$.

Прискорення точки B визначається рівнянням

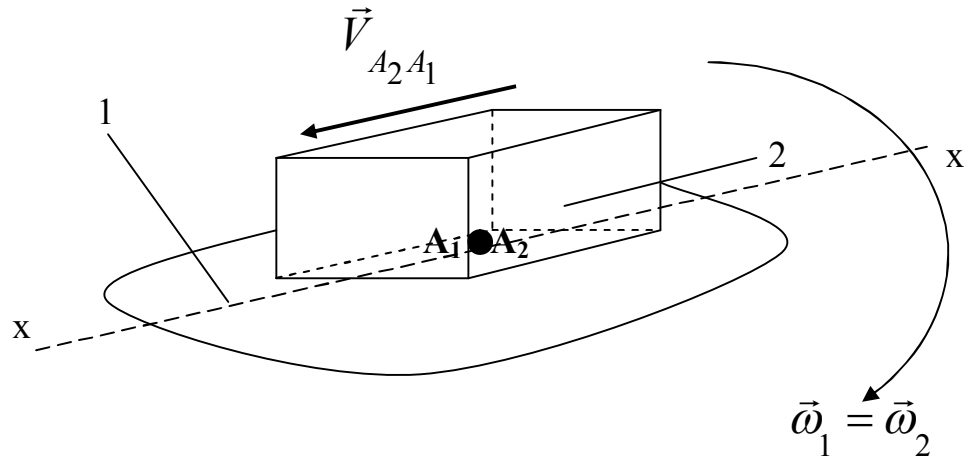
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau,$$

де $\vec{a}_{BA}^n \parallel (AB)$ і визначається рівнянням $a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \omega_2^2 l_{AB}$,

$\vec{a}_{BA}^\tau \perp (AB)$ та визначається рівнянням $a_{BA}^\tau = \frac{dV_{BA}}{dt} = \varepsilon_2 l_{AB}$.

3. Визначення швидкостей та прискорень в поступальній парі

Розглянемо довільну ланку 2 яка утворює поступальну пару A з 1 рухомою ланкою.



Ланка 1 та 2 утворюють поступальну кінематичну пару тому $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2$.

Згідно пункту 1, швидкість кінематичної пари A визначається рівнянням $\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_2A_1}$, де $\vec{V}_{A_1}$ – швидкість поступального руху точки A_1 , яка належить першій ланці (направляюча $x - x$) та співпадає з положенням точки A_2 другої ланки, яка здійснює тільки поступальний

рух по лінії $x - x$ відносно першої ланки. Швидкість $\vec{V}_{A_2A_1}$ – рух ланки 2 відносно ланки 1, направлена паралельно лінії $x - x$. Прискорення точки A_2 визначається рівнянням $\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_1} + \vec{a}_{A_2A_1}^k + \vec{a}_{A_2A_1}^r$, де $\vec{a}_{A_2A_1}^k$ – прискорення Каріоліса, яке направлене під кутом 90° до лінії x

– x та визначається рівнянням $a_{A_2A_1}^k = 2 |\omega_1| V_{A_2A_1}$, $\vec{a}_{A_2A_1}^r$ –

релятивне прискорення при русі другої ланки відносно першої, направлено паралельно лінії $x - x$.

4. Побудова плану швидкості

Розглянемо довільну ланку 2 для якої відомо: скалярна величина швидкості точки A , яка належить першій та другій ланці, а також її направлення; направлення швидкості точки B , $\vec{V}_B \parallel (n - n)$; геометричні параметри ланки.

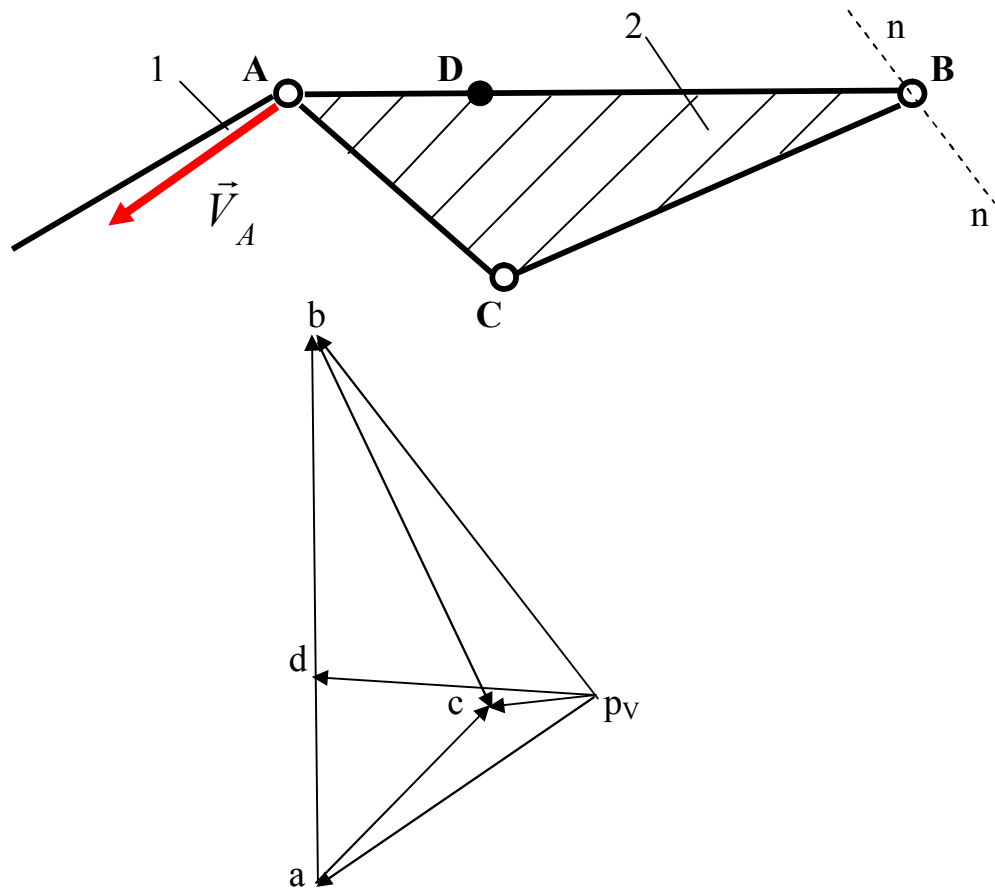
Необхідно визначити лінійні швидкості точок A, B, C , які являються кінематичними парами, довільної точки D яка розташована на лінії (AB) за умовою $(AD) = \frac{1}{3}(AB)$, а також кутову швидкість другої ланки $\vec{\omega}_2$.

Спочатку розглянемо точку B для якої, за умовою, відомо направлення швидкості $\vec{V}_B \parallel (n - n)$. Вибравши за полюс точку A отримаємо відповідно векторне рівняння

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де $\vec{V}_A$ – швидкість точки A відома за умовою, $\vec{V}_{BA} \perp (AB)$.

Розв'язуємо графічно векторне рівняння наступним чином. З довільної точки p_V , яку називають полюсом плану швидкостей, проводимо лінію паралельно вектору швидкості $\vec{V}_A$ на якій в сторону направлення вектора відкладаємо довільної довжини відрізок $(p_V a)$. Використовуючи правило складання векторів з отриманої точки a проводимо лінію паралельно швидкості $\vec{V}_{BA}$, а з точки p_V лінію паралельно швидкості $\vec{V}_B$. Перетин цих ліній дає точку b . Отриманий трикутник $p_V a b$ – називають планом швидкостей ланки 2.



Таким чином, для побудови плану швидкостей достатньо знати швидкість однієї точки ланки, (наприклад $\vec{V}_A$ точки A) і напрямлення швидкості іншої точки ланки, (наприклад $\vec{V}_B$ точки B), так як напрямлення швидкості $\vec{V}_{BA}$ завжди відомо із умови його перпендикулярності до відповідної прямої (AB).

Якщо маємо план швидкостей для ланки, то завжди можна визначити швидкість будь-якої точки відповідної ланки.

Для визначення швидкості точки C (для якої невідомо ні напрямлення ні скалярна величина швидкості) необхідно графічно розв'язати систему векторних рівнянь:

$$\begin{aligned}\vec{V}_C &= \vec{V}_A + \vec{V}_{CA} \\ \vec{V}_C &= \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}\end{aligned}$$

Швидкості $\vec{V}_{CA}$ та $\vec{V}_{CB}$ перпендикулярні відповідно до відрізків (AC) та (BC). Використовуючи правило складання векторів, для визначення

швидкості точку c $\vec{V}_C$ необхідно з точок a і b , плану швидкостей, провести лінії паралельно до відповідних швидкостей $\vec{V}_{CA}$ та $\vec{V}_{CB}$. На перетині ліній отримаємо точку c . З'єднавши полюс плану швидкостей з точкою C отримаємо вектор швидкості $\vec{V}_C$.

Розглядаючи отриманий трикутник abc на плані швидкостей та трикутник ABC на кінематичній схемі механізму, можна встановити, що відповідні сторони трикутника на плані швидкостей перпендикулярні до відповідних сторін трикутника на кінематичній схемі механізму. Таким чином, Δabc подібний ΔABC і повернутий на 90° .

Теорема подібності для плану швидкостей. Точки які відображають відповідні точки ланки механізму на плані швидкостей утворюють фігуру, подібну фігурі, яку утворюють відповідні точки ланки механізму і повернуту відносно ланки в сторону миттєвого оберту на 90° .

Для визначення швидкості довільної точки D використаємо теорему подібності, то відповідно будемо мати наступне співвідношення:

$$\frac{V_{DA}}{V_{BA}} = \frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB}.$$

Враховуючи умову, що $(AD) = \frac{1}{3}(AB)$, то для визначення точки d на плані швидкостей необхідно розділити відрізок ab в даному співвідношенні. З'єднавши точку d з полюсом плану швидкостей отримаємо вектор швидкості $\vec{V}_D$.

Величину абсолютної кутової швидкості $\vec{\omega}_2$ другої ланки можна визначити наступним рівнянням

$$|\omega_2| = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}.$$

Для визначення напрямлення кутової швидкості $\vec{\omega}_2$ необхідно напрямлення $\vec{V}_{BA}$ перенести на ланку 2 в точку B .

Для визначення скалярної величини швидкостей за побудованим планом розраховуємо масштаб μ_V плану швидкостей

$$\mu_V = \frac{V_A}{(p_V a)}; \frac{м/с}{мм}.$$

Таким чином, маємо:

$$V_B = \mu_V \times (p_V b); \quad V_C = \mu_V \times (p_V c); \quad V_D = \mu_V \times (p_V d);$$

$$|\omega_2| = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{\mu_V \times (ab)}{l_{AB}}.$$

Основні властивості плану швидкостей.

- 1) Точки механізму, швидкості яких дорівнюють нулю, на плані знаходяться в полюсі.
- 2) Вектори абсолютних швидкостей виходять з полюса плану.
- 3) Вектори плану швидкостей, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей, є векторами відносних швидкостей.
- 4) Фігура, утворена векторами відносних швидкостей подібна фігурі на плані механізму, але повернута на 90° у напрямі кутової швидкості фігури механізму.

5. Побудова плану прискорень

Розглянемо довільну ланку 2 для якої відомо: скалярна величина прискорення точки A , яка належить першій та другій ланці, а також її направлення; направлення прискорення точки B , $\vec{a}_B \parallel (n-n)$; геометричні параметри ланки.

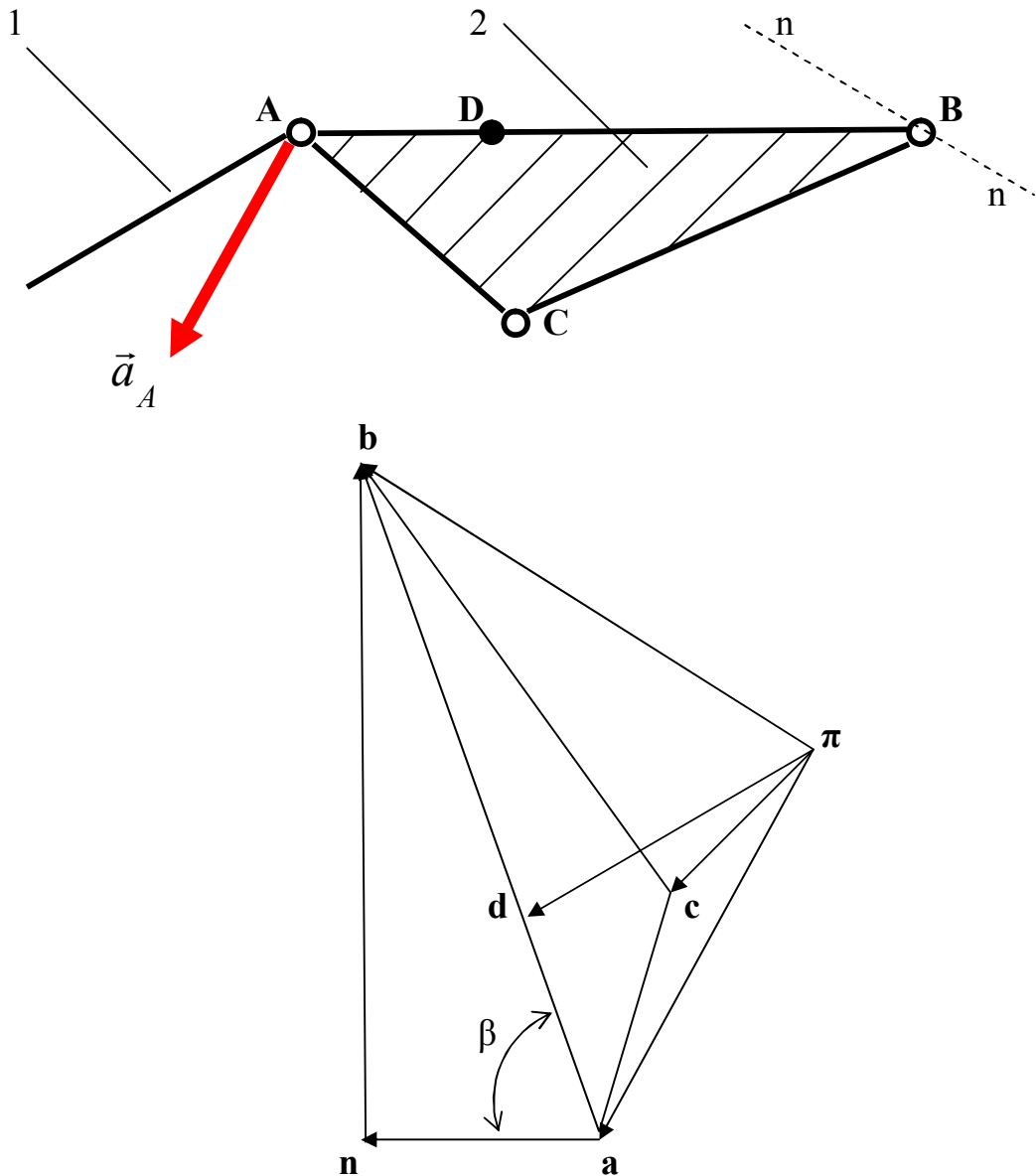
Необхідно визначити лінійні прискорення точок A, B, C , які являються кінематичними парами, довільної точки D яка розташована на лінії (AB) за умовою $(AD) = (AB)/3$, а також кутове прискорення другої ланки $\vec{\varepsilon}_2$.

Спочатку розглянемо точку B для якої, за умовою, відомо направлення прискорення $\vec{a}_B \parallel (n-n)$. Вибравши за полюс точку A отримаємо відповідно векторне рівняння

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau,$$

де $\vec{a}_A$ — прискорення точки A відома за умовою, $\vec{a}_{BA}^n \parallel (AB)$ і

визначається рівнянням $a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \omega_2^2 l_{AB}$, а $\vec{a}_{BA}^\tau \perp (AB)$.



Розв'язуємо графічно векторне рівняння наступним чином. З довільної точки π , яку називають полюсом плану прискорень, проводимо лінію паралельно вектору прискорення $\vec{a}_A$, на якій в сторону направлення вектора відкладаємо довільної довжини відрізок (πa) . Так як, скалярну величину нормального прискорення можна розрахувати, то для визначення довжини вектора знаходимо масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}; \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Відповідно довжина вектора прискорення $\vec{a}_{BA}^n$ визначається рівнянням $(an) = a_{BA}^n / \mu_a$.

Використовуючи правило складання векторів з отриманої точки a проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{BA}^n$ на якій відкладаємо відрізок (an) , в сторону напрямлення відповідного прискорення, а з точки n лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{BA}^\tau$ і з точки π лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_B$. Перетин цих ліній дає точку b . Побудована фігура πanb – називають планом прискорення ланки 2.

Таким чином, для побудови плану прискорень достатньо знати прискорення однієї точки ланки, та напрямлення прискорення іншої точки ланки.

Якщо з'єднати точки a та b то отримаємо $\vec{a}_{BA}$ – повне прискорення точки b в обертальному русі відносно точки a . З побудови видно, що вектор прискорення $\vec{a}_{BA}$ утворює з напрямленням відрізка (AB) кут β . То, відповідно з трикутника anb маємо,

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{nc}{nb} = \frac{a_{BA}^\tau}{a_{BA}^n} = \frac{\varepsilon_2 l_{AB}}{\omega_2^2 l_{AB}} = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}.$$

Таким чином, для плану прискорень також справедлива теорема подібності, тільки відповідна фігура повернута в сторону миттєвого прискорення ланки на кут β .

Щоб не розв'язувати систему векторних рівнянь для визначення прискорення точки C використаємо теорему подібності. Для цього будуюмо на відрізці (ab) плану прискорень трикутник abc , подібний трикутнику ABC на схемі, який повернутий відносно нього на кут β . Побудову подібного трикутника abc зручно виконувати вимірявши кути в трикутнику ABC .

Для визначення прискорення довільної точки D використаємо теорему подібності, то відповідно будемо мати наступне співвідношення:

$$\frac{a_{DA}}{a_{BA}} = \frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB}.$$

Враховуючи умову, що $(AD) = \frac{1}{3}(AB)$, то для визначення точки d на плані прискорень необхідно розділити відрізок ab в даному

співвідношенні. З'єднавши точку d з полюсом плану прискорень отримаємо вектор прискорення $\vec{a}_D$.

Величину абсолютного кутового прискорення $\vec{\varepsilon}_2$ другої ланки можна визначити наступним рівнянням

$$|\varepsilon_2| = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}.$$

Для визначення напрямлення кутового прискорення $\vec{\varepsilon}_2$ необхідно напрямлення $\vec{a}_{BA}^\tau$ перенести на ланку 2 в точку B .

Скалярну величину відповідних прискорень визначають наступним чином:

$$\begin{aligned} a_B &= (\pi b) \times \mu_a; \\ a_C &= (\pi c) \times \mu_a; \\ a_D &= (\pi d) \times \mu_a; \\ a_{BA}^\tau &= (nb) \times \mu_a. \end{aligned}$$

Основні властивості плану прискорень.

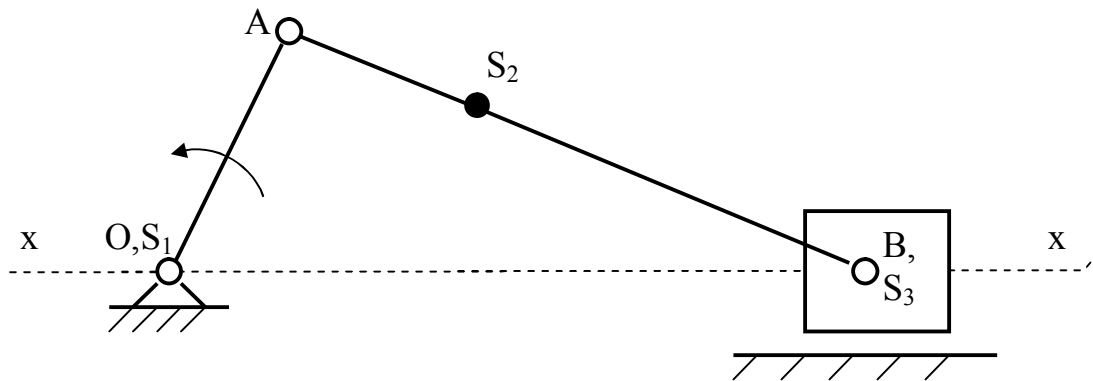
- 1) Точки механізму, прискорення яких дорівнюють нулю, на плані знаходяться в полюсі.
- 2) Вектори абсолютних прискорень виходять з полюса плану.
- 3) Вектори, що з'єднують кінці векторів абсолютних прискорень, є векторами відносних прискорень.
- 4) Фігура, утворена векторами відносних прискорень подібна фігурі на плані механізму, але повернута відносно неї на $180-\beta$ у напрямі кутового прискорення фігури.

Приклади проведення кінематичного аналізу механізмів

Приклад №1. Виконати кінематичний аналіз механізму компресора.

Відомо: Довжина кривошипа $l_{OA} = 0,1$ м; довжина шатуна $l_{AB} = 0,27$ м; центр ваги шатуна $l_{AS_2} = 1/3(l_{AB})$; частота обертання кривошипа $n = 200$ хв⁻¹; кут розрахунку $\varphi = 45^\circ$

Схема механізму



1.1 Побудова кінематичної схеми механізму (Рис. 1.1)

Масштаб побудови кінематичної схеми механізму визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}; \quad \mu_l = \frac{0,1}{30} = 0,0033 \text{ м/с},$$

довжина відрізка (OA) вибирається довільно, в даному випадку прийняли (OA) = 30 мм.

Згідно вибраного масштабу визначаємо довжину та центр ваги шатуна:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}, \quad AB = \frac{0,27}{0,0033} = 80 \text{ мм},$$

$$AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l}, \quad AS_2 = 27 \text{ мм}.$$

Побудову кінематичної схеми механізму починаємо з нульового положення, то б то коли шатун і кривошип знаходяться на одній прямій. Згідно вибраного масштабу та кута розрахунку будуємо положення механізму (Рис. 1.1).

1.2. Побудова плану швидкостей (Рис. 1.2)

Визначаємо величину і напрям швидкості точки А, яка належить кривошипу і шатуну.

$$V_A = \omega_1 \times l_{OA}, \quad V_A = 21,1 \times 0,1 = 2,11 \text{ м/с}$$

де: ω_1 – кутова швидкість кривошипа.

$$\omega_1 = \frac{3,14 \times 200}{30} = 21,1 \text{ 1/с.}$$

Розглядаючи рух ланки 2 і 3, що утворюють групу Ассура, отримуємо векторне рівняння для швидкості точки В:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Відомо, що $\vec{V}_A \perp (OA)$, $\vec{V}_{BA} \perp (AB)$, $\vec{V}_B \parallel (x-x)$.

Розв'язуємо графічно векторне рівняння (Рис. 1.2). Із довільної точки p_V , полюсу плану швидкостей проводимо лінію паралельно вектору швидкості $\vec{V}_A$ на якій відкладаємо відрізок $(p_V a)$. Довжину відрізка $(p_V a)$ вибираємо довільну. З точки a проводимо лінію паралельну швидкості $\vec{V}_{BA}$, а з полюсу лінію паралельно швидкості $\vec{V}_B$. Перетин даних прямих дає шукану точку b . Використовуючи правило складання векторів визначаємо їх напрям. Для визначення швидкості точки S_2 використовуємо теорему подібності, згідно якої маємо:

$$\frac{(AS_2)}{(AB)} = \frac{(as_2)}{(ab)}.$$

Масштаб плану швидкостей визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_V = \frac{V_A}{(p_V a)}; \quad \mu_V = \frac{2,11}{85} = 0,025 \text{ (м/с)/мм,}$$

довжина відрізка $(p_V a)$ вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(p_V a) = 85 \text{ мм}$.

Згідно даного масштабу визначаємо лінійні і кутові швидкості кінематичних пар і ланок механізму за наступними рівняннями:

$$V_B = (p_V b) \mu_V, \quad V_B = 75 \times 0,025 = 1,88 \text{ м/с};$$

$$V_{BA} = (ab) \mu_V, \quad V_{BA} = 62 \times 0,025 = 1,55 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = (p_V s_2) \mu_V, \quad V_{S_2} = 75 \times 0,025 = 1,88 \text{ м/с};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}, \quad \omega_2 = \frac{1,55}{0,27} = 5,74 \text{ с}^{-1}$$

1.3 Побудова плану прискорень (Рис. 1.3)

Визначаємо величину прискорення точки А кривошипу:

$$a_A = \omega_1^2 \times l_{OA}, \quad \dot{a}_A = 21,1^2 \times 0,1 = 44,52 \text{ м/с}^2.$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$$

Відомо що: $\vec{a}_{BA}^n \parallel (AB)$; $\vec{a}_{BA}^\tau \perp (AB)$; $\vec{a}_B \parallel (OB)$.

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}; \quad \mu_a = \frac{44,52}{95} = 0,47 \text{ (м/с}^2\text{)/мм},$$

довжина відрізка (πa) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(\pi a) = 95 \text{ мм}$.

Визначаємо скалярну величину нормального прискорення та відповідну довжину його вектора

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}, \quad a_{BA}^n = 5,74^2 \times 0,27 = 8,9 \text{ м/с}^2;$$

$$(an) = a_{BA}^n / \mu_a, \quad (an) = 8,9 / 0,47 = 19 \text{ мм}.$$

Розв'язуємо графічно векторне рівняння (Рис. 1.3). З довільної точки π проводимо лінію паралельну вектору прискорення точки А на якій відкладаємо довжину відрізка (πa) . З точки a проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{BA}^n$ на якій відкладаємо відрізок (an) . З точки n проводимо лінію паралельно тангенціальному прискоренню, а із полюса проводимо лінію паралельно прискоренню точки В. На перетині цих прямих отримуємо точку b . Прискорення центру ваги шатуна визначаємо згідно теореми подібності.

Напрямок кутового прискорення визначається напрямом вектора, що відповідає тангенціальному прискоренню.

Розраховуємо скалярні величини відповідних прискорень

$$a_B = (\pi b) \mu_a, \quad a_B = 68 \times 0,47 = 31,92 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_2} = (\pi s_2) \mu_a, \quad a_{s_2} = 80 \times 0,47 = 37,6 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = (nb) \mu_a, \quad a_{BA}^\tau = 62 \times 0,47 = 29,14 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{BA}, \quad \varepsilon_2 = \frac{29,14}{0,27} = 107,93 \text{ 1/с}^2.$$

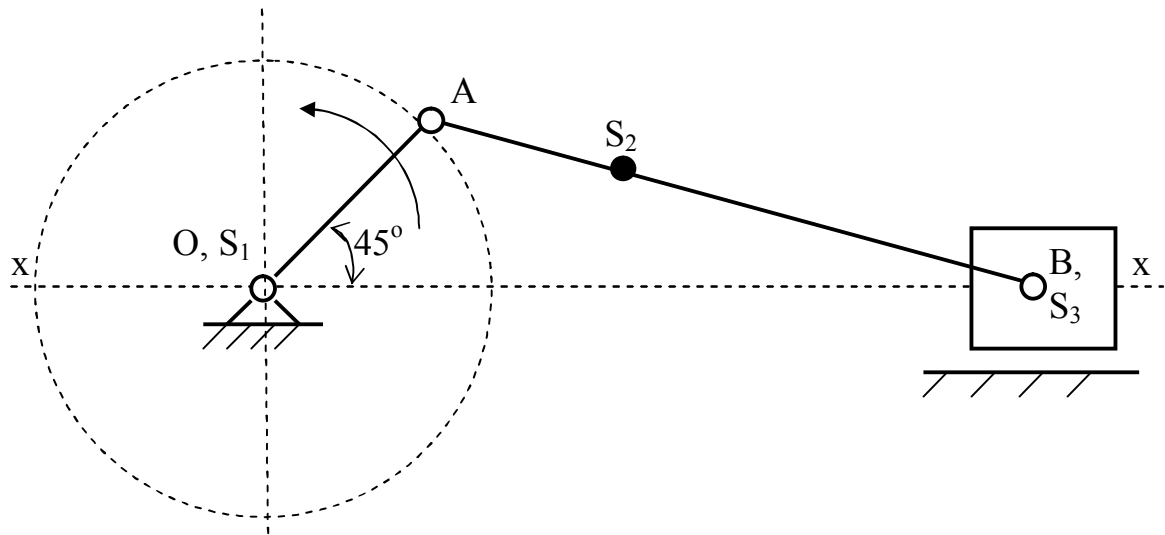


Рис. 1.1 Кінематична схема механізму

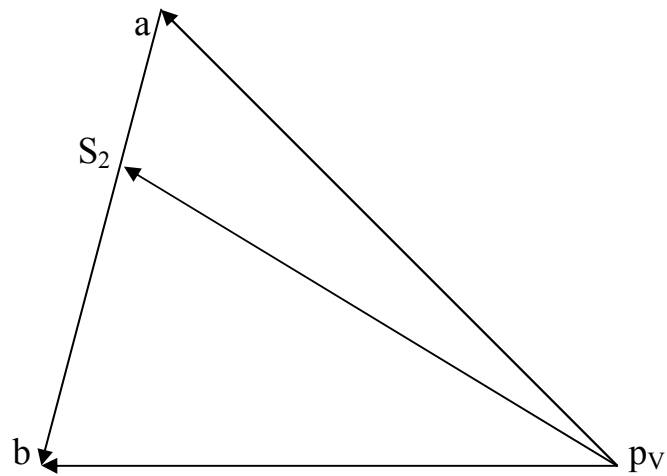


Рис. 1.2 План швидкостей

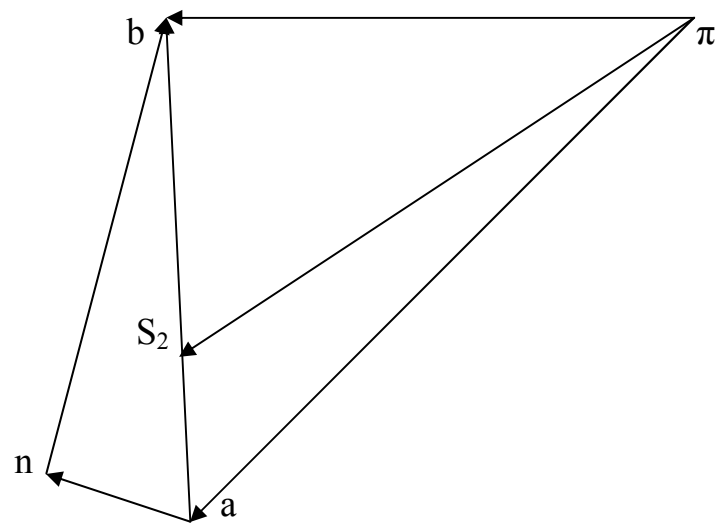
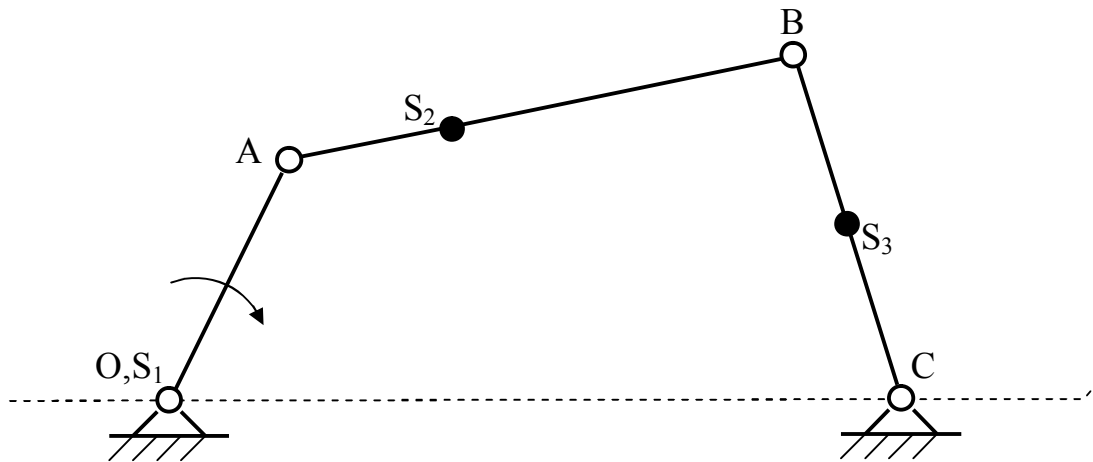


Рис. 1.3 План прискорень

Приклад №2. Виконати кінематичний аналіз кривошипно-коромислового механізму.

Відомо: Довжина кривошипа $l_{OA} = 0,1$ м; довжина шатуна $l_{AB} = 0,27$ м; центр ваги шатуна $l_{AS_2} = 1/3(l_{AB})$; довжина коромисла $l_{BC} = 0,2$ м; центр ваги коромисла $l_{BS_3} = 1/2(l_{BC})$; частота обертання кривошипа $n = 200$ хв⁻¹; кут розрахунку $\varphi = 45^\circ$

Схема механізму



1.1 Побудова кінематичної схеми механізму (Рис. 2.1)

Масштаб побудови кінематичної схеми механізму визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}; \quad \mu_l = \frac{0,1}{30} = 0,0033 \text{ м/с},$$

довжина відрізка (OA) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(OA) = 30$ мм.

Згідно вибраного масштабу визначаємо довжину та центри ваги шатуна і коромисла

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}, \quad AB = \frac{0,27}{0,0033} = 80 \text{ мм}, \quad AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l}, \quad AS_2 = 27 \text{ мм}.$$

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}, \quad BC = \frac{0,2}{0,0033} = 61 \text{ мм}, \quad BS_3 = \frac{l_{BS_3}}{\mu_l}, \quad BS_3 = 30 \text{ мм}.$$

Побудову кінематичної схеми механізму починаємо з нульового положення, то б то коли шатун і кривошип знаходяться на одній прямій. Згідно вибраного масштабу та кута розрахунку будуємо положення механізму (Рис. 2.1)

1.2. Побудова плану швидкостей (Рис. 2.2)

Визначаємо величину і напрям швидкості точки А, яка належить кривошипу і шатуну.

$$V_A = \omega_1 \times l_{OA}, \quad V_A = 21,1 \times 0,1 = 2,11 \text{ м/с}$$

де: ω_1 – кутова швидкість кривошипа.

$$\omega_1 = \frac{3,14 \times 200}{30} = 21,1 \text{ 1/с.}$$

Розглядаючи рух ланки 2 і 3, що утворюють групу Ассура, отримуємо векторне рівняння для швидкості точки В:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Відомо, що $\vec{V}_A \perp (OA)$, $\vec{V}_{BA} \perp (AB)$, $\vec{V}_B \perp (BC)$.

Розв'язуємо графічно векторне рівняння (Рис. 2.2). Із довільної точки p_V , полюсу плану швидкостей проводимо лінію паралельно вектору швидкості $\vec{V}_A$ на якій відкладаємо відрізок $(p_V a)$. Довжину відрізка $(p_V a)$ вибираємо довільну. З точки a проводимо лінію паралельну швидкості $\vec{V}_{BA}$, а з полюсу лінію паралельно швидкості $\vec{V}_B$. Перетин даних прямих дає шукану точку b . Використовуючи правило складання векторів визначаємо їх напрям. Для визначення швидкості точки S_2 та S_3 використовуємо теорему подібності, згідно якої маємо:

$$\frac{(AS_2)}{(AB)} = \frac{(as_2)}{(ab)}, \quad \frac{(BS_3)}{(BC)} = \frac{(bs_3)}{(p_V b)}.$$

Масштаб плану швидкостей визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_V = \frac{V_A}{(p_V a)}; \quad \mu_V = \frac{2,11}{85} = 0,025 \text{ (м/с)/мм,}$$

довжина відрізка $(p_V a)$ вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(p_V a) = 85 \text{ мм.}$

Згідно даного масштабу визначаємо лінійні і кутові швидкості кінематичних пар і ланок механізму за наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} V_B &= (p_V b) \mu_V, & V_B &= 100 \times 0,025 = 2,5 \text{ м/с}; \\ V_{BA} &= (ab) \mu_V, & V_{BA} &= 96 \times 0,025 = 2,4 \text{ м/с}; \\ V_{S_2} &= (p_V s_2) \mu_V, & V_{S_2} &= 78 \times 0,025 = 1,95 \text{ м/с}; \\ V_{S_3} &= (p_V s_3) \mu_V, & V_{S_3} &= 50 \times 0,025 = 1,25 \text{ м/с}; \\ \omega_2 &= \frac{V_{BA}}{l_{AB}}, & \omega_2 &= \frac{2,4}{0,27} = 8,89 \text{ с}^{-1} \\ \omega_3 &= \frac{V_B}{l_{BC}}, & \omega_3 &= \frac{2,5}{0,2} = 12,5 \text{ с}^{-1} \end{aligned}$$

1.3 Побудова плану прискорень (Рис. 2.3)

Визначаємо величину прискорення точки А кривошипу:

$$a_A = \omega_1^2 \times l_{OA}, \quad \dot{a}_A = 21,1^2 \times 0,1 = 44,52 \text{ м/с}^2.$$

Розглянемо векторне рівняння для визначення прискорення точки В

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau.$$

Відомо що: $\vec{a}_{BA}^n \parallel (AB)$; $\vec{a}_{BA}^\tau \perp (AB)$. Направлення прискорення точки В невідомо, тому необхідно розглянути ще одне векторне рівняння

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC} = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^\tau.$$

Відомо що: $\vec{a}_C = 0$; $\vec{a}_{BC}^n \parallel (BC)$; $\vec{a}_{BC}^\tau \perp (BC)$.

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}; \quad \mu_a = \frac{44,52}{65} = 0,69 \text{ (м/с}^2\text{)/мм},$$

довжина відрізка (πa) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(\pi a) = 65 \text{ мм}$.

Визначаємо скалярну величину нормальних прискорень та відповідну довжину їх векторів:

$$\begin{aligned} a_{BA}^n &= \omega_2^2 l_{AB}, & a_{BA}^n &= 8,89^2 \times 0,27 = 21,34 \text{ м/с}^2; \\ (an_1) &= a_{BA}^n / \mu_a, & (an_1) &= 21,34 / 0,69 = 30 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC}, \quad a_{BC}^n = 12,5^2 \times 0,2 = 31,25 \text{ м/с}^2;$$

$$(\pi n_2) = a_{BC}^n / \mu_a, \quad (\pi n_2) = 31,25 / 0,69 = 45 \text{ мм.}$$

Розв'язуємо графічно векторні рівняння (Рис. 2.3). З довільної точки π проводимо лінію паралельну вектору прискорення точки A на якій відкладаємо довжину відрізка (πa) . З точки a проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{BA}^n$ на якій відкладаємо відрізок (an_1) . Із полюса проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{BC}^n$ на якій відкладаємо відрізок (πn_2) . З точки n_1 проводимо лінію паралельно тангенціальному прискоренню $\vec{a}_{BA}^\tau$, а з точки n_2 проводимо лінію паралельно тангенціальному прискоренню $\vec{a}_{BC}^\tau$, на перетині цих прямих отримуємо точку b . Прискорення центрів ваги шатуна та коромисла визначаємо згідно теореми подібності згідно якої маємо:

$$\frac{(AS_2)}{(AB)} = \frac{(as_2)}{(ab)}, \quad \frac{(BS_3)}{(BC)} = \frac{(bs_3)}{(\pi b)}.$$

Напрямок кутових прискорень визначається напрямом вектора, що відповідає тангенціальному прискоренню.

Розраховуємо скалярні величини відповідних прискорень:

$$a_B = (\pi b) \mu_a, \quad a_B = 56 \times 0,69 = 38,64 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_2} = (\pi s_2) \mu_a, \quad a_{s_2} = 50 \times 0,69 = 34,5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_3} = (\pi s_3) \mu_a, \quad a_{s_3} = 28 \times 0,69 = 19,32 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = (n_1 b) \mu_a, \quad a_{BA}^\tau = 75 \times 0,69 = 51,75 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BC}^\tau = (n_2 b) \mu_a, \quad a_{BC}^\tau = 34 \times 0,69 = 23,46 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{BA}, \quad \varepsilon_2 = \frac{51,75}{0,27} = 191,7 \text{ 1/с}^2;$$

$$\varepsilon_3 = a_{BC}^\tau / l_{BC}, \quad \varepsilon_3 = \frac{23,46}{0,2} = 117,3 \text{ 1/с}^2.$$

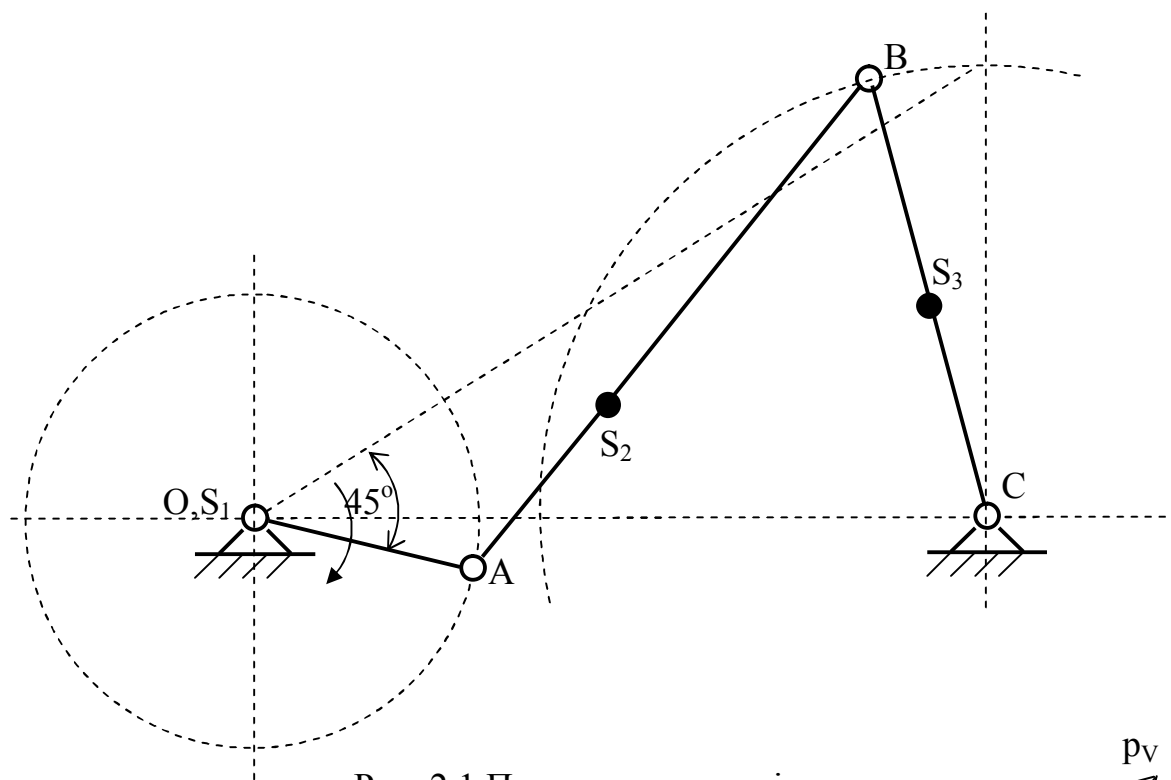


Рис. 2.1 Положення механізму

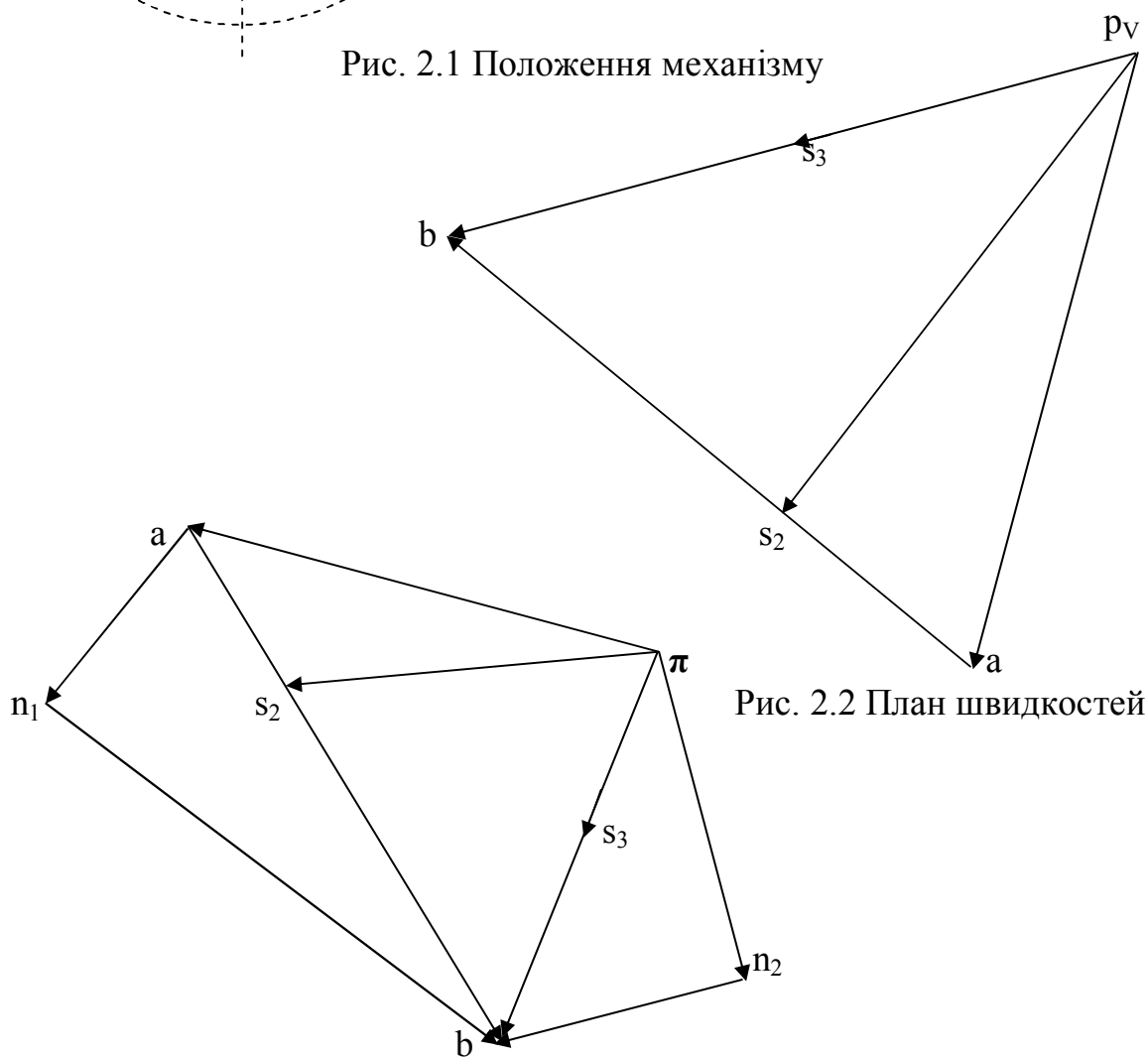
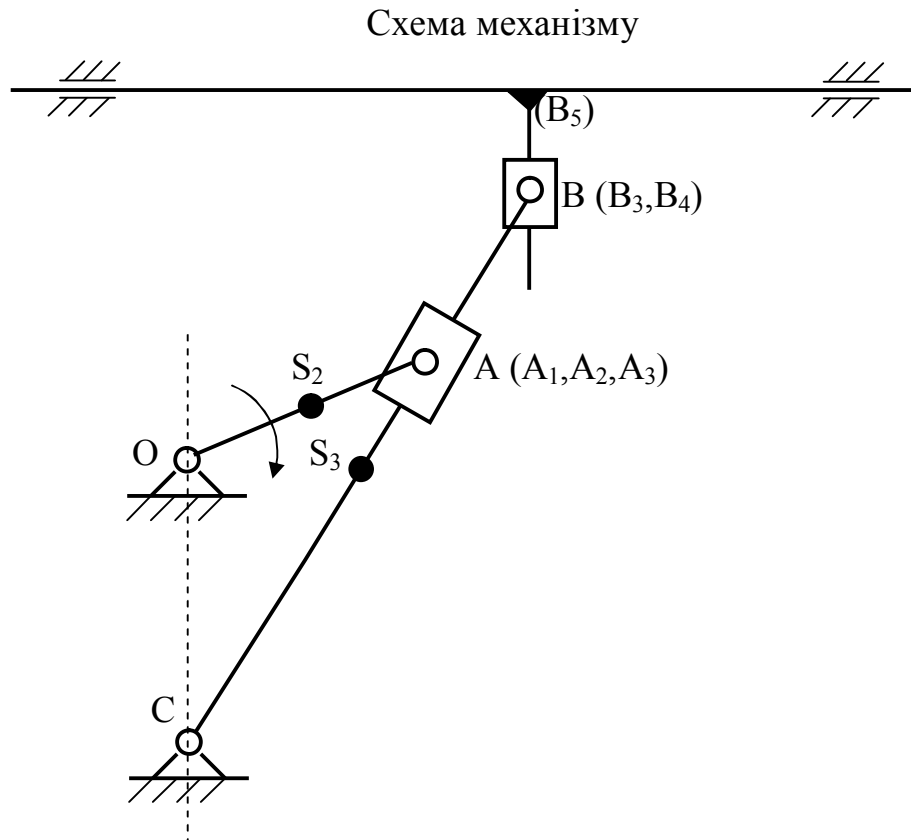


Рис. 2.2 План швидкостей

Рис. 2.3 План прискорень

Приклад №3. Виконати кінематичний аналіз механізму стругального верстата, до складу якого входить кулісний механізм.

Відомо: Довжина кривошипа $l_{OA} = 0,1\text{ м}$; центр ваги кривошипа $l_{OS_1} = 1/2(l_{OA})$; довжина куліси $l_{BC} = 0,3\text{ м}$; центр ваги куліси $l_{BS_3} = 1/2(l_{BC})$; частота обертання кривошипа $n = 200\text{ хвл}^{-1}$; кут розрахунку $\varphi = 180^\circ$



1.1 Побудова кінематичної схеми механізму (Рис. 3.1)

Масштаб побудови кінематичної схеми механізму визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}; \quad \mu_l = \frac{0,1}{30} = 0,0033 \text{ м/с},$$

довжина відрізка (OA) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(OA) = 30\text{ мм}$.

Згідно вибраного масштабу визначаємо довжину куліси, центри ваги знаходиться на середині.

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}, \quad BC = \frac{0,3}{0,0033} = 91 \text{ мм.}$$

Побудову кінематичної схеми механізму починаємо з нульового положення, то б то коли кривошип розташовується перпендикулярно до куліси. Згідно вибраного масштабу та кута розрахунку будуємо положення механізму (Рис. 3.1).

3.2. Побудова плану швидкостей (Рис. 3.2)

Визначаємо величину і напрям швидкості точки А, яка належить кривошипу і каменю куліси.

$$V_A = \omega_1 \times l_{OA}, \quad V_A = 21 \times 0,1 = 2,1 \text{ м/с}$$

де: ω_1 – кутова швидкість кривошипа.

$$\omega_1 = \frac{3,14 \times 200}{30} = 21 \text{ 1/с.}$$

Так як, кривошип і камінь куліси з'єднані шарнірно, то $\vec{V}_{A_1} = \vec{V}_{A_2}$.

Для визначення швидкості точки А₃ куліси розглянемо систему векторних рівнянь:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{A_3} &= \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3A_2} \\ \vec{V}_{A_3} &= \vec{V}_C + \vec{V}_{A_3C}. \end{aligned}$$

Відомо, що $\vec{V}_{A_2} \perp (OA)$, $\vec{V}_{A_3A_2} \parallel (CA)$, $\vec{V}_{A_3C} \perp (BC)$, $\vec{V}_C = 0$.

Із довільної точки p_V , полюсу плану швидкостей проводимо лінію паралельно вектору швидкості $\vec{V}_{A_2}$ на якій відкладаємо відрізок $(p_V a)$. Довжину відрізка $(p_V a)$ вибираємо довільну. З точки $\dot{a}, (a_1, a_2)$ проводимо лінію паралельну швидкості $\vec{V}_{A_3A_2}$, а з полюсу лінію паралельно швидкості $\vec{V}_{A_3C}$. Перетин даних прямих дає точку a_3 . Використовуючи правило складання векторів визначаємо їх напрям. Для визначення швидкості точки b_3 , s_1 та s_3 використовуємо теорему подібності, згідно якої маємо:

$$(p_V b_3)/(p_V a_3) = (CB)/(CA)$$

$$\frac{(AS_1)}{(AO)} = \frac{(p_V s_1)}{(p_V a_1)};$$

$$\frac{(BS_3)}{(BC)} = \frac{(p_V s_3)}{(p_V b_3)}.$$

Для визначення швидкості точки B_5 розглянемо векторне рівняння

$$\vec{V}_{B_5} = \vec{V}_{B_4} + \vec{V}_{B_5 B_4}.$$

Відомо, що $\vec{V}_{B_5} \parallel (x-x)$, $\vec{V}_{B_5 B_4} \parallel (y-y)$, $\vec{V}_{B_4} = \vec{V}_{B_3}$. Таким чином, із точки b_4 проводимо лінію паралельно $(y-y)$, а із полюсу лінію паралельно $(x-x)$. На перетині цих двох прямих дістаємо точку b_5 .

Масштаб плану швидкостей визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_V = \frac{V_A}{(p_V a)}; \quad \mu_V = \frac{2,1}{55} = 0,038 \text{ (м/с)/мм},$$

довжина відрізка $(p_V a)$ вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(p_V a) = 55 \text{ мм}$.

Згідно даного масштабу визначаємо лінійні і кутові швидкості кінематичних пар і ланок механізму за наступними рівняннями:

$$V_{B_5} = (p_V b_5) \mu_V, \quad V_{B_5} = 56 \times 0,038 = 2,13 \text{ м/с};$$

$$V_{B_4} = (p_V b_4) \mu_V, \quad V_{B_4} = 60 \times 0,038 = 2,28 \text{ м/с};$$

$$V_{A_3} = (p_V a_3) \mu_V, \quad V_{A_3} = 46 \times 0,038 = 1,75 \text{ м/с};$$

$$V_{A_3 A_2} = (a_2 a_3) \mu_V, \quad V_{A_3 A_2} = 33 \times 0,038 = 1,25 \text{ м/с};$$

$$V_{B_5 B_4} = (b_4 b_5) \mu_V, \quad V_{B_5 B_4} = 20 \times 0,038 = 0,76 \text{ м/с};$$

$$V_{S_1} = (p_V s_1) \mu_V, \quad V_{S_1} = 28 \times 0,038 = 1,06 \text{ м/с};$$

$$V_{S_3} = (p_V s_3) \mu_V, \quad V_{S_3} = 30 \times 0,038 = 1,14 \text{ м/с};$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A_3}}{l_{AC}}, \quad \omega_3 = \frac{1,75}{0,24} = 7,29 \text{ с}^{-1}$$

1.3 Побудова плану прискорень (Рис. 3.3)

Визначаємо величину прискорення точки А кривошипу:

$$a_A = \omega_1^2 \times l_{OA}, \quad a_A = 21^2 \times 0,1 = 44,1 \text{ м/с}^2.$$

Розглянемо систему векторних рівнянь для визначення прискорення точки А₃:

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A_3A_2}^k + \vec{a}_{A_3A_2}^r$$

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_C + \vec{a}_{A_3C}^n + \vec{a}_{A_3C}^\tau$$

Відомо що: $\vec{a}_{A_3A_2}^r \parallel (CB)$; $\vec{a}_{A_3A_2}^k \perp (CB)$, $\vec{a}_C = 0$; $\vec{a}_{A_3C}^n \parallel (BC)$; $\vec{a}_{A_3C}^\tau \perp (BC)$.

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}; \quad \mu_a = \frac{44,1}{90} = 0,49 \text{ (м/с}^2\text{)/мм,}$$

довжина відрізка (πa) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(\pi a) = 90 \text{ мм}$.

Визначаємо скалярну величину прискорення Каріоліса і нормального прискорення та відповідну довжину їх векторів:

$$a_{A_3A_2}^k = \omega_3^2 V_{A_3A_2}, \quad a_{A_3A_2}^k = 7,29 \times 1,25 = 9,1 \text{ м/с}^2;$$

$$(a_1 k) = a_{BA}^n / \mu_a, \quad (a_1 k) = 9,1 / 0,49 = 18,6 \text{ мм};$$

$$a_{A_3C}^n = \omega_3^2 l_{AC}, \quad a_{A_3C}^n = 7,29^2 \times 0,24 = 12,75 \text{ м/с}^2;$$

$$(\pi n_3) = a_{A_3C}^n / \mu_a, \quad (\pi n_3) = 12,75 / 0,49 = 26 \text{ мм}.$$

Прискорення точки В₅ визначаємо згідно векторного рівняння

$$\vec{a}_{B_5} = \vec{a}_{B_4} + \vec{a}_{B_5B_4}.$$

Відомо, що $\vec{a}_{B_5} \parallel (x-x)$, $\vec{a}_{B_5B_4} \parallel (y-y)$.

З довільної точки π проводимо лінію паралельну вектору прискорення точки А на якій відкладаємо довжину відрізка (πa_1) . З точки a_1 проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{A_3A_2}^k$ на якій відкладаємо відрізок (ak) . Із полюса проводимо лінію паралельно прискоренню $\vec{a}_{A_3C}^n$ на якій відкладаємо відрізок (πn_3) . З точки k

проводимо лінію паралельно відносному прискоренню $\vec{a}_{A_3A_2}^r$, а з точки n_3 проводимо лінію паралельно тангенціальному прискоренню $\vec{a}_{A_3C}^\tau$, на перетині цих прямих отримуємо точку a_3 . Прискорення точки B_3 знаходимо за теоремою подібності

$$(\pi b_3)/(\pi a_3) = (CB)/(CA).$$

Із точки b_4 проводимо лінію паралельно $(y-y)$, а із полюсу лінію паралельно $(x-x)$. На перетині цих двох прямих дістаємо точку b_5 .

Прискорення центрів ваги шатуна та коромисла визначаємо згідно теореми подібності

$$\frac{(AS_1)}{(AO)} = \frac{(\pi s_1)}{(\pi a_1)}, \quad \frac{(BS_3)}{(BC)} = \frac{(\pi s_3)}{(\pi b_3)}.$$

Розраховуємо скалярні величини відповідних прискорень:

$$\begin{aligned} a_{B_4} &= (\pi b_4) \mu_a, & a_{B_4} &= 55 \times 0,49 = 26,95 \text{ м/с}^2; \\ a_{B_5} &= (\pi b_5) \mu_a, & a_{B_5} &= 52 \times 0,49 = 25,48 \text{ м/с}^2; \\ a_{A_3} &= (\pi a_3) \mu_a, & a_{A_3} &= 44 \times 0,49 = 21,56 \text{ м/с}^2; \\ a_{s_1} &= (\pi s_1) \mu_a, & a_{s_1} &= 45 \times 0,49 = 22,05 \text{ м/с}^2; \\ a_{s_3} &= (\pi s_3) \mu_a, & a_{s_3} &= 28 \times 0,49 = 13,72 \text{ м/с}^2; \\ a_{A_3C}^\tau &= (n_3 a_3) \mu_a, & a_{A_3C}^\tau &= 37 \times 0,49 = 18,13 \text{ м/с}^2; \\ \varepsilon_3 &= a_{A_3C}^\tau / l_{AC}, & \varepsilon_3 &= \frac{18,13}{0,24} = 75,54 \text{ 1/с}^2. \end{aligned}$$

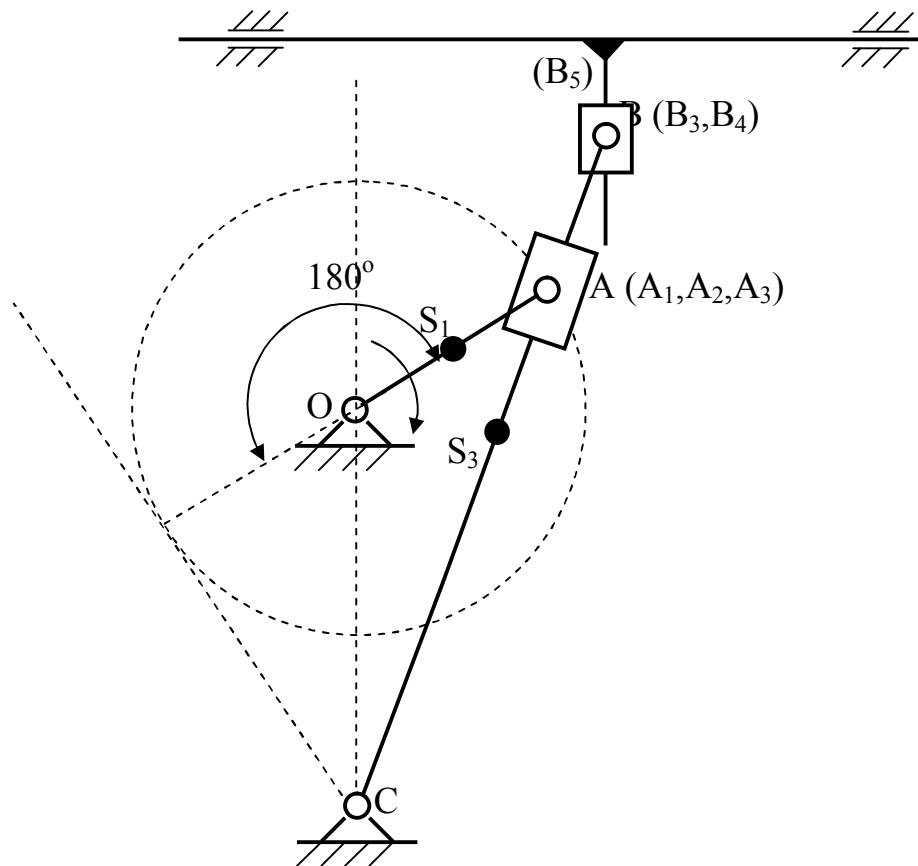


Рис. 3.1 Положення механізму

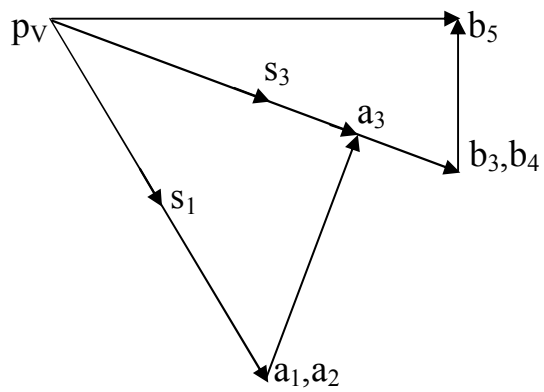


Рис. 3.2 План швидкостей

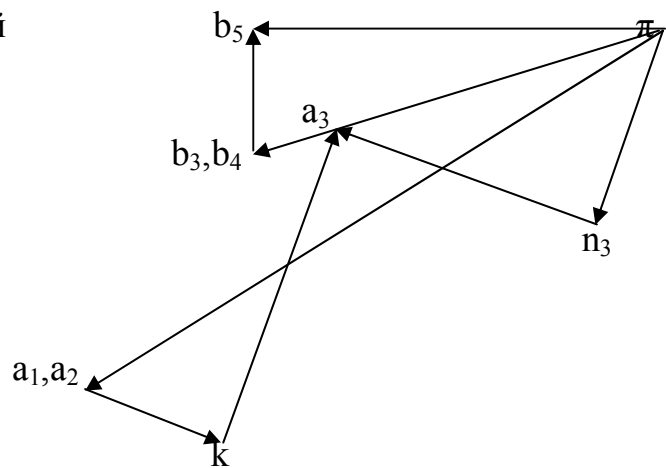


Рис. 3.3 План прискорень

Контрольні питання

1. Які існують методи кінематичного дослідження механізмів?
2. Масштаби кінематичних діаграм?
3. Який метод покладено в основу планів швидкостей та прискорень?
4. Теорема подібності плану швидкостей?
5. Теорема подібності плану прискорень?
6. Як встановити величину і напрямлення кутової швидкості ланки?
7. Як встановити величину і напрямлення кутового прискорення ланки?

РОЗДІЛ № III ПЛОСКІ КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

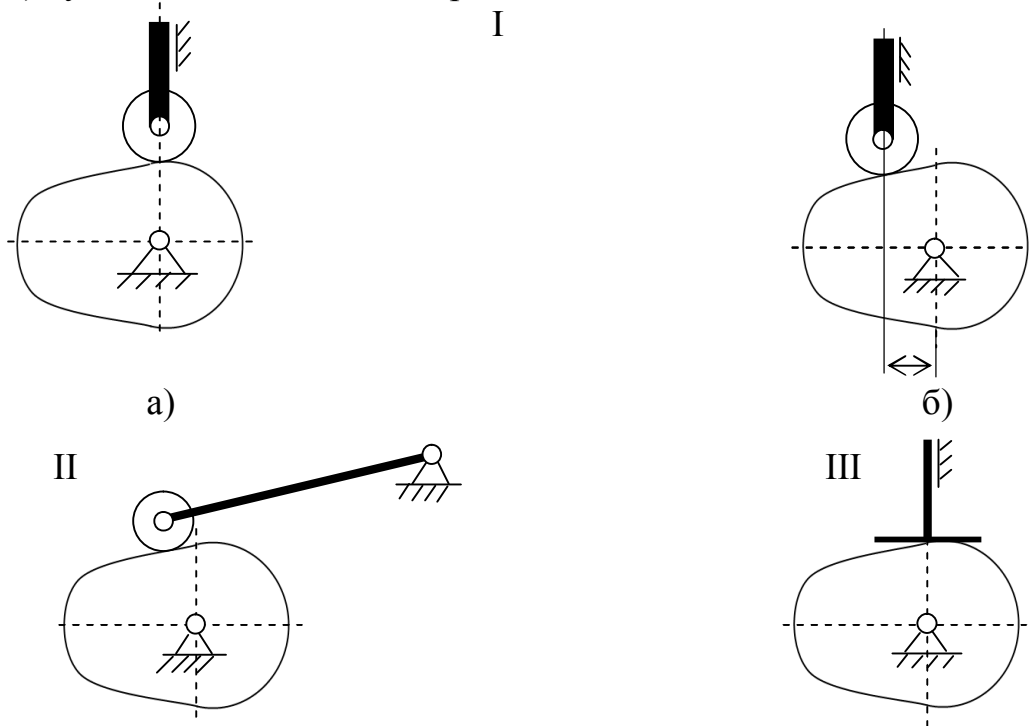
ЛЕКЦІЯ № 6 АНАЛІЗ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

1. Основні типи кулачкових механізмів

Кулачковим механізмом називають (у більшому випадку трьох ланкові) механізм, в якому нерухомі ланки утворюють з стійкою нижчі кінематичні пари, а між собою вищу кінематичну пару. Ведучу ланку в механізмі називають **кулачком**, а ведену **штовхачем**.

Розглянемо три основні види кулачкових механізмів:

- I) кулачковий механізм з роликівим штовхачем;
 - а) центральний, б) позацентровий
- II) кулачковий механізм з коромисловим штовхачем;
- III) кулачковий механізм з тарілчастим штовхачем.

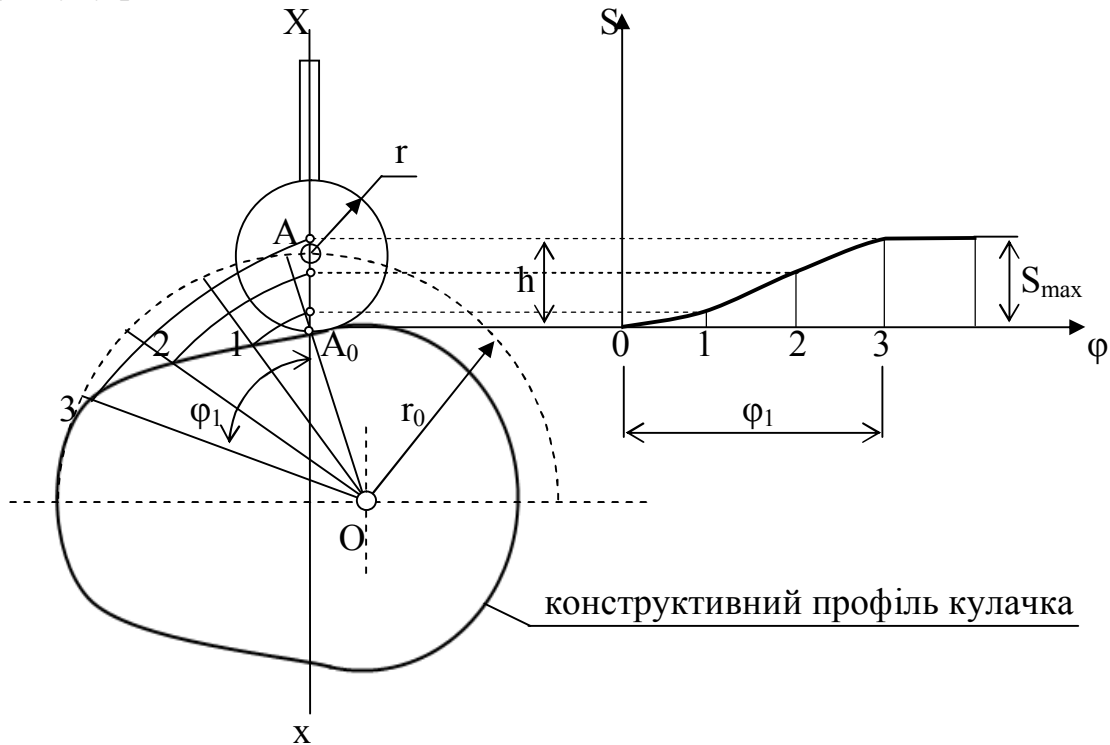


2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів

Задача полягає в визначенні руху штовхача по заданому профілю кулачка і відповідному закону його руху.

Відповідну задачу розв'язують використовуючи метод зворотного руху, тобто умовно всьому механізму задають рух навколо центра обертання кулачка з кутовою швидкістю рівній, але направлений протилежно, кутовій швидкості кулачка. Таким чином умовно кулачок зупиняється, а штовхач крім свого абсолютного руху здійснює разом зі своїми направляючими обертальний рух навколо осі кулачка.

Розглянемо центральний кулачковий механізм з роликівим штовхачем. Крива профілю K_1 відповідає відносному русі центру ролика т. А. Відповідний профіль називають **теоретичним** або центральним. Дійсний чи **конструктивний** профіль кулачка являє собою рівновіддалену від кривої K_1 криву K . Відстань між кривими дорівнює радіусу ролика r .



Ведена ланка 2 при дії профілю K на ролик 3 буде здійснювати такий же рух, як і при дії профілю K_1 на штовхач в точці А. Тому на практиці використовують математичну схему кулачкового механізму для аналізу.

Для визначення переміщення штовхача (розглядаємо т. А), зображаємо механізм в положенні початку піднімання штовхача. Проводимо з точки O найменшим радіусом $r_o = (OA)$ коло, яке розбиваємо на рівне число частин (розглянемо тільки кут φ_1 , відповідно 4 частини). Коло радіуса r_o — називають **основним колом кулачка**. На профілі K відповідно будемо мати точки А, 1, 2, 3, які відповідають відповідним положенням штовхача при його зворотному русі. Для отримання відповідних положень точки А на лінії переміщення штовхача необхідно провести із центра O через точки 1, 2, 3 кола відповідними радіусами ($O1$, $O2$, $O3$) до перетину з прямою $x - x$. Отримані точки 1, 2, 3 являють собою відповідні положення центру А

ролика. Відрізок (A3) відповідає **максимальному ходу штовхача** і позначається $-h$.

Розмітка переміщення штовхача дає можливість побудувати графік руху відповідної ланки, $S - \varphi$. Використовуючи метод графічного диференціювання отримаємо відповідні графіки швидкості та прискорення для штовхача:

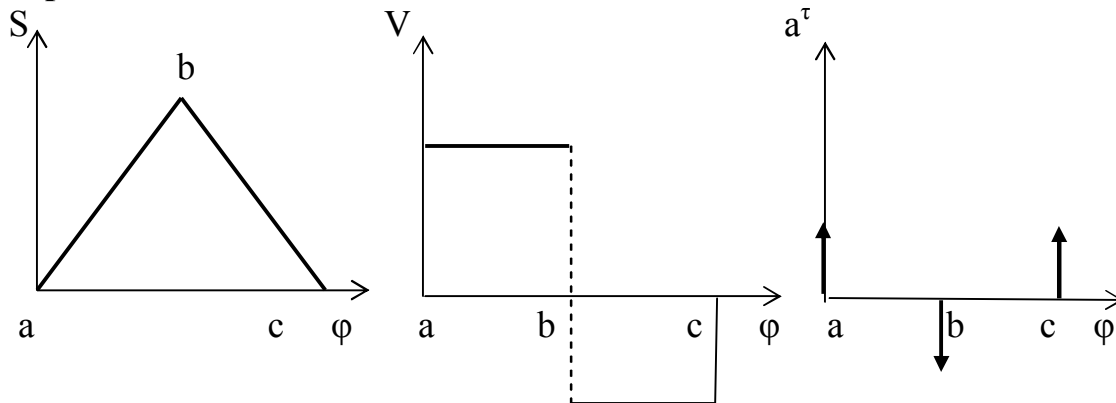
$$\frac{dS(\varphi)}{d\varphi} = v; \quad \frac{d^2S(\varphi)}{d\varphi^2} = a^r.$$

3. Закони руху штовхача

В процесі роботи кулачкових механізмів можуть бути реалізовані відповідні закони руху штовхача,

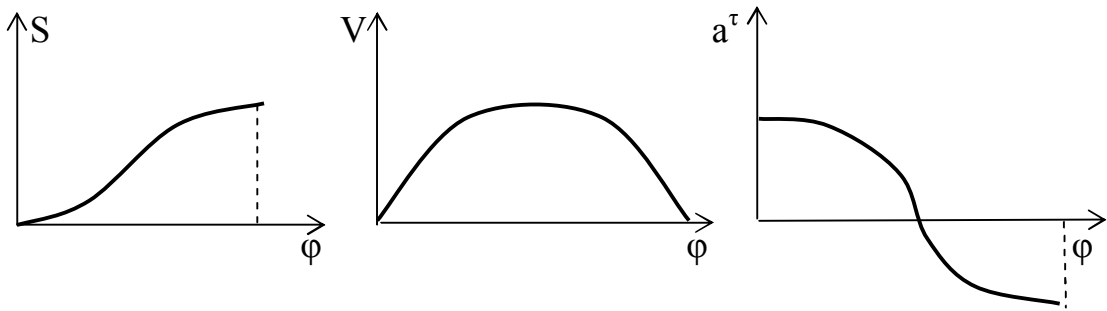
- 1) закони руху які визивають жорсткі удари,
- 2) закони руху які визивають м'які удари,
- 3) закони руху які не визивають ударів.

Найбільш простим являється лінійний закон руху штовхача при відніманні та опусканні. Перевага лінійного закону полягає в відсутності сил інерції, тому що прискорення штовхача дорівнює нулю. Але в точках a, b, c, як видно з графіку, швидкість штовхача миттєво змінює свій знак і відповідно прискорення штовхача в крайніх положеннях прагне до нескінченності. У відповідних точках в наслідку пружних та пластичних деформацій прискорення, а відповідно і сили інерції мають кінцеву, але дуже велику величину. Це явище називають **жорстким ударом**.

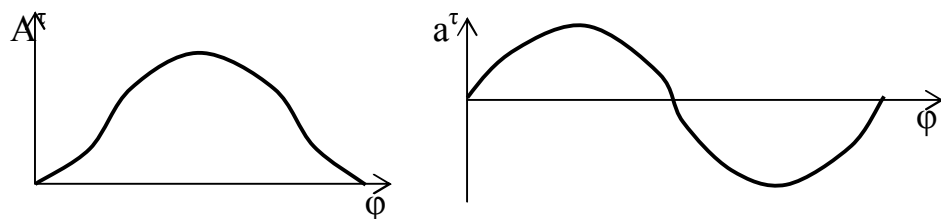


Для швидкохідних механізмів жорсткі удари не допустимі. Для забезпечення пологого переходу швидкості штовхача кути графіку переміщення необхідно округлити, відповідно зміниться і графік швидкості.

При косінусоїдальному законі руху штовхача на початку та в кінці переміщення штовхача прискорення миттєво змінює свій знак. Це явище називають **м'яким ударом**. Тихохідні кулачкові механізми працюють в умовах м'яких ударів.



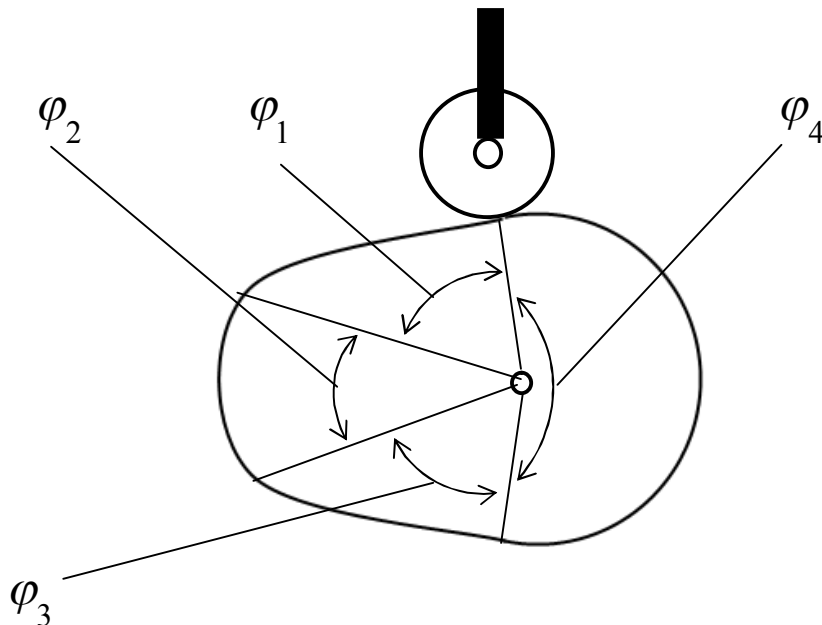
При синусоїдальному законі руху штовхача графіки швидкості та прискорення не мають точок розриву, тому рух штовхача проходить без ударів.



В режимі без ударного закону руху штовхача працюють всі швидкохідні кулачкові механізми.

4. Фазові кути повороту кулачка

Розглянемо характер руху штовхача, який знаходиться в нижньому крайньому положенні, за один цикл оберт кулачка з постійною кутовою швидкістю.



При повороті кулачка на кут φ_1 штовхач піднімається на максимальну величину свого переміщення $S_{\max} = h$, відповідно маємо

фазу піднімання. При повороті кулачка на кут φ_2 штовхач залишається нерухомий в верхньому крайньому положенні, відповідно маємо **фазу верхнього вистою**. При повороті кулачка на кут φ_3 штовхач з верхнього крайнього положення повертається в нижнє крайнє положення, **фаза опускання** (повернення), а при повороті кулачка на кут φ_4 штовхач залишається нерухомим, **фаза ближнього вистою**.

Відповідним фазам руху штовхача відповідають профільні кути кулачка:

φ_1 – кут піднімання; φ_2 – кут верхнього вистою; φ_3 – кут опускання; φ_4 – кут ближнього вистою.

Робочий кут повороту кулачка визначається рівнянням

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3.$$

ЛЕКЦІЯ № 7 СИНТЕЗ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

1. Поняття кута тиску

В процесі роботи кулачкового механізму по нормалі $n - n$, до робочого профілю кулачка, діє сила опору P , яку розкладемо на дві складові P_1 та P_2 . Таким чином сила P_1 здійснює рух штовхача в верх і визначається рівнянням $P_1 = P \cos \alpha$, а сила P_2 обумовлює перекид штовхача, $P_2 = P \sin \alpha$. Кут відхилення сили яка прикладена до веденої ланки називають **кутом тиску**.

Кут тиску, згідно схемі, визначається наступним чином

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{(r_o + S) \times \omega},$$

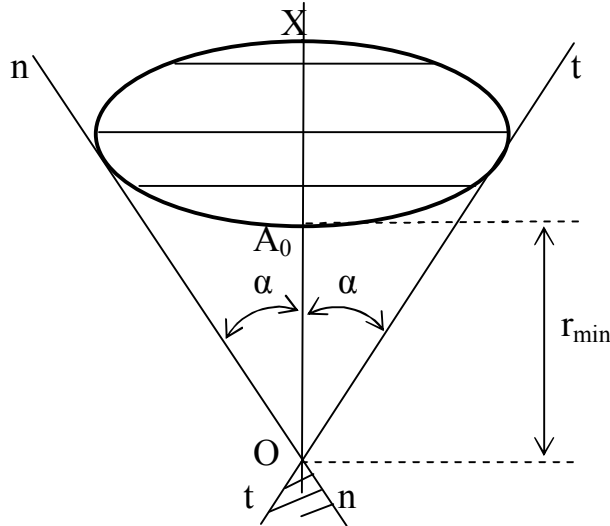
де V – швидкість штовхача, ω – кутова швидкість кулачка.

Кут $\gamma = 90 - \alpha$ називають **кутом передачі руху**. Зрозуміло, що чим більше кут передачі руху тим оптимальніше динамічна картина роботи кулачкового механізму, але це обумовлює збільшення розміру кулачка. Максимальна величина кута тиску не повинна перевищувати $30^\circ - 40^\circ$.

2. Визначення мінімального радіусу кулачка

Мінімальний радіус кулачка визначають з урахуванням величини кута тиску, що дає можливість уникнути явища заклинювання штовхача. Основою для визначення мінімального радіусу кулачка являються

кінематичні діаграми штовхача $\frac{d^2S(\varphi)}{d\varphi^2} - \varphi$, $\frac{dS(\varphi)}{d\varphi} - \varphi$, $S - \varphi$.



На довільній осі $X - X$ відкладаємо довільну точку A_0 , а також максимальне переміщення штовхача $S_{\max} = h$. На цьому відрізку відкладаємо відповідні переміщення штовхача згідно графіку $S - \varphi$. Через отримані точки проводимо перпендикуляри до лінії $X - X$. Від точок ділення на перпендикулярах відкладаємо в ліво при підніманні і вправо при опусканні штовхача відрізки $\frac{V}{\omega} = \frac{dS}{d\varphi}$ взяті з графіку

$\frac{dS(\varphi)}{d\varphi} - \varphi$. Ці відрізки необхідно відкласти в тому масштабі, в якому відкладено відрізок $S_{\max}$. З'єднавши пологою кривою відповідні точки

отримаємо залежність $S - \frac{dS}{d\varphi}$. Під кутом тиску до лінії $X - X$ проводимо дві дотичні $t - t$ і $n - n$ до побудованої кривої.

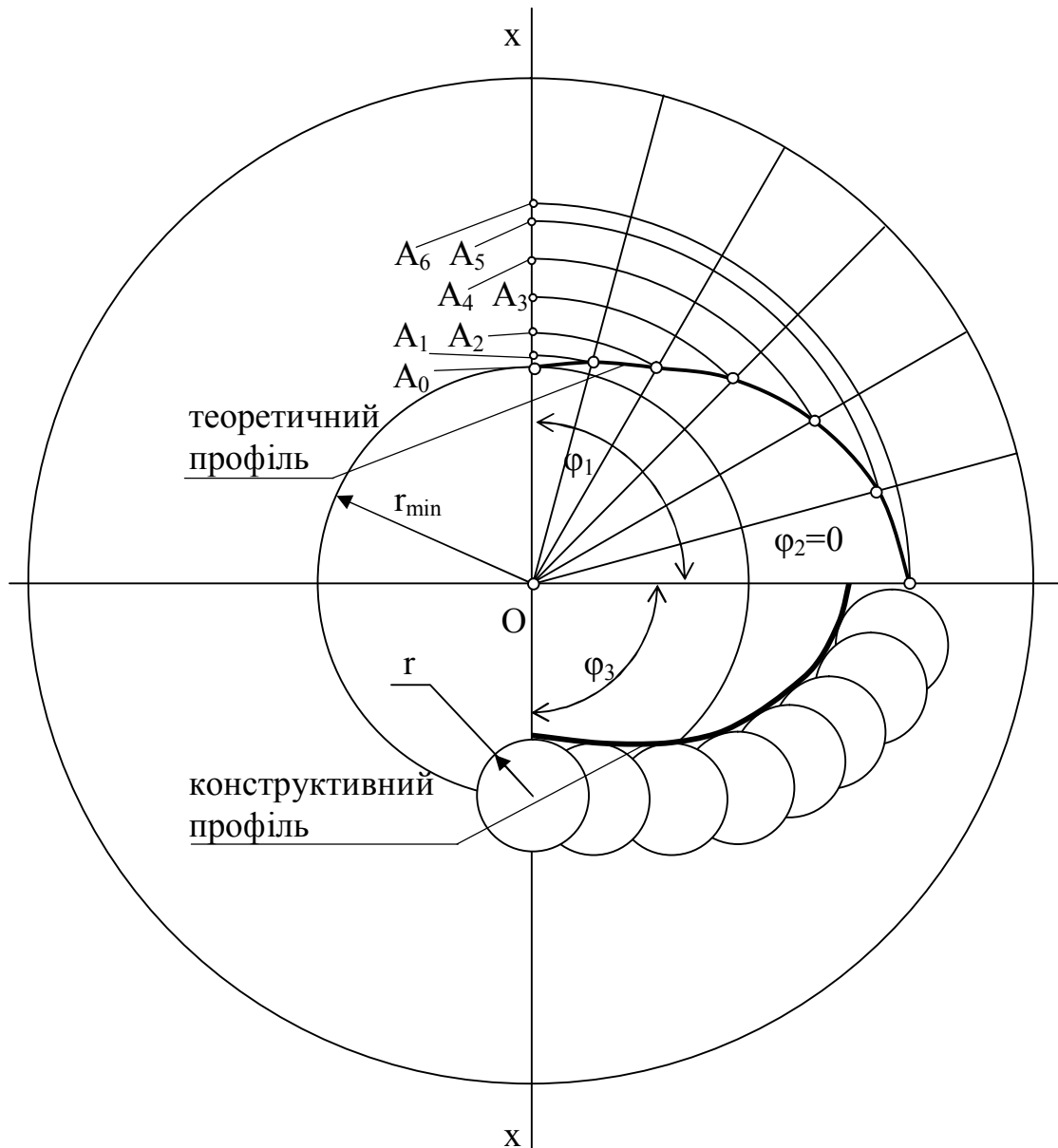
Гострий кут ton визначає на площині місце точок, кожену із яких можна використати в якості точки обертання кулачка. Найменшою величиною відповідно буде відрізок (OA_0) .

3. Кінематичний синтез кулачкових механізмів

Розглянемо синтез центрального кулачкового механізму з роликівим штовхачем.

Задача синтезу полягає в побудові конструктивного профілю кулачка. Основними параметрами кулачкового механізму на основі яких виконують побудову є:

1 – закон зміни прискорення штовхача (дає можливість уникнути жорстких ударів);



2 – величина ходу штовхача, фазові кути механізму (відповідні параметри обумовленні технологічним процесом який виконує штовхач);

3 – кут тиску (дає можливість уникнути заклинювання штовхача).

Усі побудови будемо виконувати в масштабі μ_s в якому відкладено ординати на графіку $S - \varphi$.

На основі залежності $\frac{d^2 S(\varphi)}{d\varphi^2} - \varphi$ використовуючи метод графічного інтегрування (зворотний метод графічного диференціювання) будемо графіки

$$\frac{dS(\varphi)}{d\varphi} - \varphi, \\ S - \varphi.$$

Згідно відповідним ординатам графіку переміщення штовхача та його швидкості, з урахуванням кута тиску, визначаємо мінімальний радіус кулачка $r_{\min}$.

Вибираємо довільну лінію $x - x$ (лінія переміщення штовхача) на якій відкладаємо точку O , центр обертання кулачка. Радіусом $OA_0 = r_{\min}$ в масштабі μ_s будемо основне коло кулачка. Від точки A_0 відкладаємо на лінії $x - x$ ординати графіку $S - \varphi$, отримаємо відповідні переміщення штовхача.

Відносно лінії $x - x$, в протилежну сторону обертання кулачка, відкладаємо профільні кути кулачка $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Кут піднімання та кут опускання штовхача ділимо променями на частини у відповідності до розділення осі абсцис графіку $S - \varphi$. Відповідні переміщення штовхача т. $A_1, A_2, \dots$ переносимо радіусами $OA_1, OA_2, \dots$ на відповідні промені. З'єднавши отримані точки пологою кривою отримаємо теоретичний профіль кулачка.

Для побудови конструктивного профілю кулачка будемо положення ролика на теоретичному профілі. Щоб усунути само перетин профілю кулачка довжина радіуса ролика r повинна задовольняти наступним умовам:

$$r < 0,8r_{\min} \text{ і } r < (0,4 - 0,5)\rho_{\min},$$

де $\rho_{\min}$ – мінімальний радіус кривизни профілю кулачка.

Конструктивний профіль кулачка являє собою рівновіддалену криву від кривої **теоретичного** профілю на відстані ролика радіусом r .

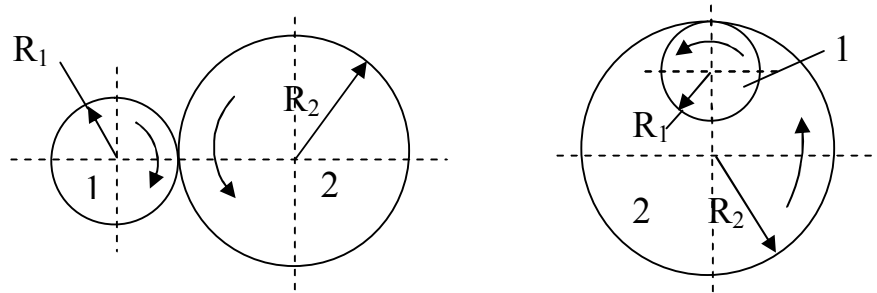
Контрольні питання

- 1. Типи кулачкових механізмів?*
- 2. Спосіб проведення кінематичного аналізу кулачкових механізмів?*
- 3. Фазові кути кулачкового механізму?*
- 4. Закони руху штовхача?*
- 5. Що таке кут тиску?*
- 6. Порядок побудови конструктивного профілю кулачка?*

РОЗДІЛ № IV ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

ЛЕКЦІЯ № 8 МЕХАНІЗМИ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Простим механізмом зубчастої передачі є трьох ланковий механізм, як правило з круглими циліндричними колесами зовнішнього та внутрішнього зачеплення.



Радіуси R_1 і R_2 являються радіусами центроїд в відносному русі ланок 1 і 2, а точка P миттєвим центром обертання в відносному русі.

Для можливості передачі руху частина профілю зуба виконана за межами центроїд радіусів R_1 і R_2 , а частина в середині центроїд. Кола радіусів R_1 і R_2 називають **початковими колами**.

Профілі зубів підбираються з умови, щоб нормаль в їх точці дотику завжди проходила через постійну точку P .

Якщо відомі R_1 і R_2 , то передаточне відношення (згідно теоремі передачі руху) визначається рівнянням

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{R_2}{R_1}.$$

Так як відстань між сусідніми профілями зубів дотичних кіл повинна бути однакою то число зубів z_2 відноситься до числа зубів z_1 , як довжини початкових кіл ланки 2 і ланки 1

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{2\pi R_2}{2\pi R_1} = \frac{R_2}{R_1}.$$

То відповідно маємо

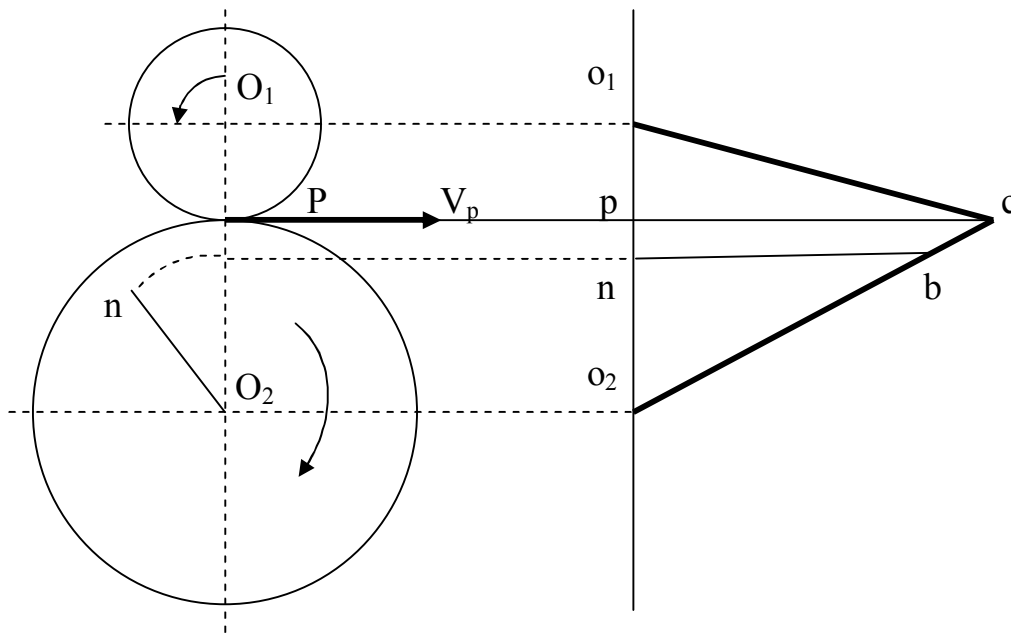
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \pm \frac{R_2}{R_1} \pm \frac{z_2}{z_1},$$

де n – число обертів в хвилину. Знак $\pm$ залежить від напрямлення кутової швидкості. Для зовнішнього зачеплення знак мінус (кутові

швидкості протилежно направлені), а внутрішнього зачеплення знак плюс.

1. Метод картин швидкостей

Для дослідження закону розподілення швидкості точок зубчастих коліс використовують спосіб картин швидкостей розроблений Смірновим Л. П.



Для побудови картини швидкостей проводимо довільну лінію $x - x$ паралельну лінії O_1O_2 . Проецируємо точку P на пряму $x - x$ і відкладаємо відрізок (pc) який відповідає швидкості V_p в масштабі μ_V .

$$V_p = (pc)\mu_V.$$

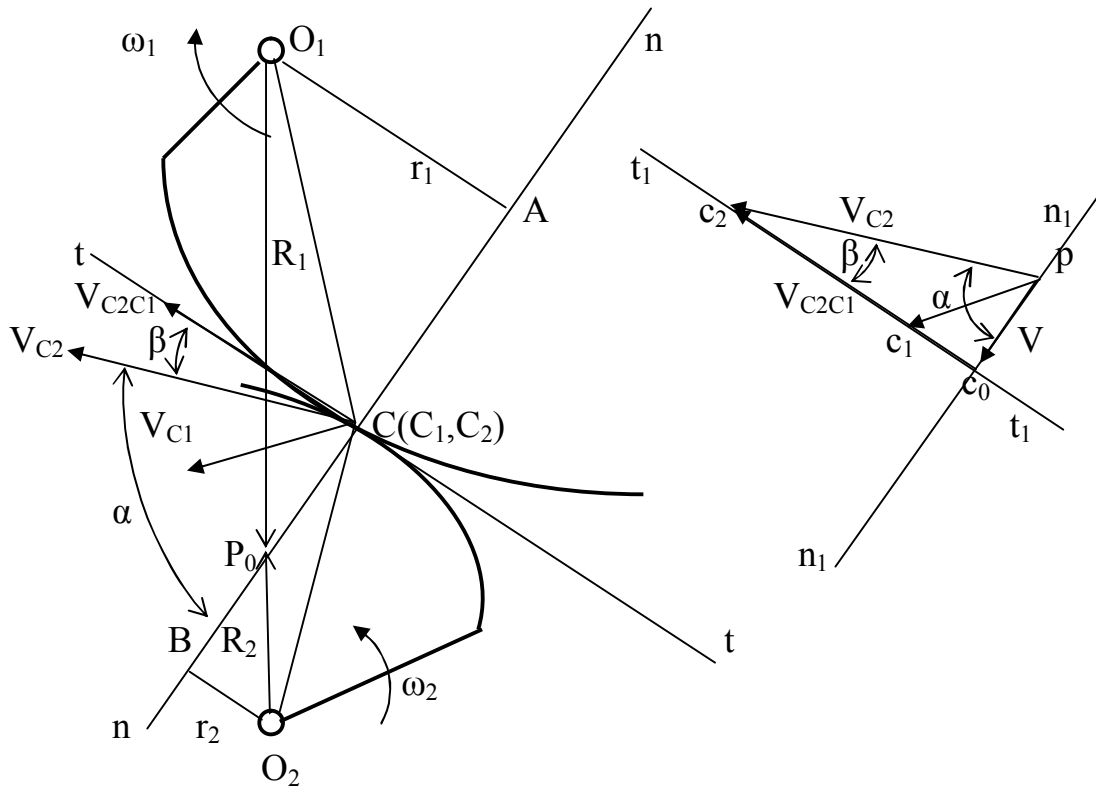
Так як швидкості точок O_1 і O_2 дорівнюють нулю, то з'єднавши відповідно точки o_1 і o_2 отримаємо трикутники o_1c та o_2c які будуть картинами швидкостей першого та другого колеса відповідно.

Швидкість довільної точки n визначається наступним чином згідно схеми

$$V_n = (nb) \times \mu_V.$$

2. Основна теорема зачеплення

Допустимо, що передача руху між двома осями O_1 і O_2 з кутовими швидкостями ω_1 та ω_2 здійснюється за допомогою взаємно огибаючих кривих K_1 і K_2 . Проводимо в точці дотику C нормаль $n - n$ і дотичну $t - t$ до відповідних кривих.



Швидкості точок C_1 і C_2 пов'язані рівнянням

$$V_{C_2} = V_{C_1} + V_{C_2C_1}.$$

З точки O_1 і O_2 опускаємо на нормаль $n - n$ перпендикуляри O_1A і O_2B , а з полюса плану швидкостей перпендикуляр pc_0 на напрямлення $t_1 - t_1$. Відрізок (pc_0) представляє собою нормальну складову V^n вектора швидкості V_{C_1} і V_{C_2} .

З подібності трикутників O_1AC_1 і pc_0c_1 та трикутників O_2BC_2 і pc_0c_2 відповідно маємо $\frac{pc_0}{pc_1} = \frac{O_1A}{O_1C_1}$ і $\frac{pc_0}{pc_2} = \frac{O_2B}{O_2C_2}$, а також

$$\frac{V^n}{V_{C_1}} = \frac{O_1A}{O_1C_1} \quad \text{і} \quad \frac{V^n}{V_{C_2}} = \frac{O_2B}{O_2C_2}, \quad \text{то відповідно отримаємо}$$

$$V^n = V_{C_1} \frac{O_1A}{O_1C_1} \quad \text{і} \quad V^n = V_{C_2} \frac{O_2B}{O_2C_2}.$$

Враховуючи, що $V_{C_1} = \omega_1(O_1C_1)$ і $V_{C_2} = \omega_2(O_2C_2)$ маємо

$$V^n = \omega_1(O_1C_1) \frac{O_1A}{O_1C_1} = \omega_1(O_1A), \text{ та}$$

$$V^n = \omega_2(O_2C_2) \frac{O_2B}{O_2C_2} = \omega_2(O_2B).$$

Таким чином $\omega_1(O_1A) = \omega_2(O_2B)$, то згідно передаточному відношенні розглянутої передачі (ведуча ланка 1) маємо

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}.$$

З подібності трикутників O_1AP_0 і O_2BP_0 отримаємо відношення

$$\frac{O_2B}{O_1A} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{O_2P_0}{O_1P_0}, \text{ згідно якого маємо}$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{O_2P_0}{O_1P_0} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

Основна теорема зачеплення. Нормаль в точці дотику елементів вищої кінематичної пари кочення та сковзання ділить лінію центрів на частини, зворотно пропорційно кутовим швидкостям.

В даному випадку: R_1 і R_2 – радіуси вектора центроїд, P_0 – полюс зачеплення, α – кут тиску, β – кут передачі руху, $a_w = R_1 + R_2$ – міжосьова відстань.

3. Геометрія евольвентних профілів

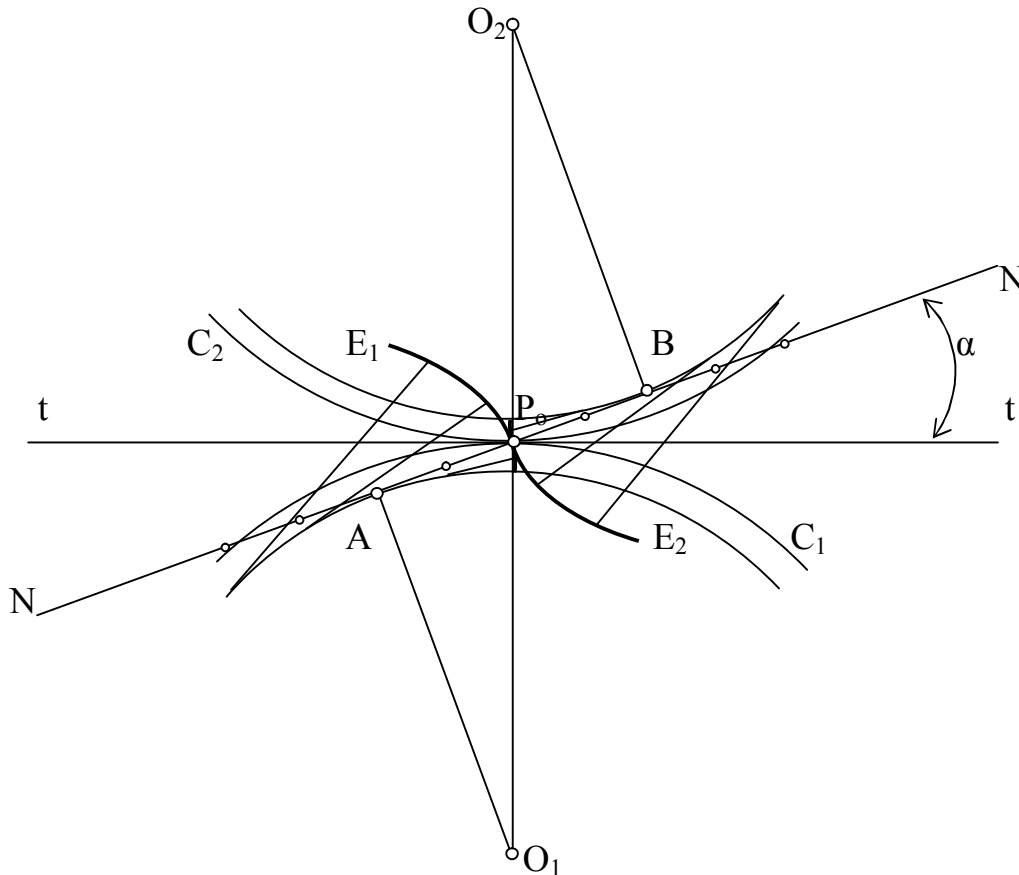
Розглянемо дві задані центроїди C_1 і C_2 . Через миттєвий центр обертання P_0 проводимо пряму $N - N$ під довільно вибраним кутом α і дотичну до центроїд $t - t$.

З точок O_1 і O_2 опускаємо на пряму $N - N$ перпендикуляри O_1A та O_2B і відповідними радіусами $O_1A = r_1$ і $O_2B = r_2$ будуємо кола. Побудовані кола приймаємо за еволюти (основні кола).

Евольвенти можуть бути отримані пере коченням прямої $N - N$ по основним колам. Для цього ділимо утворюючу пряма AB на рівні відрізки та відкладаємо на основному колі дуги, рівні цим відрізкам. Тоді точка прямої AB , співпадаюча з центром P_0 опиши при коченні по основному колу 1 евольвенту P_0E_1 , а по основному колу 2 P_0E_2 .

Загальна нормаль в будь-якій точці дотику профілів завжди буде проходити через полюс зачеплення P_0 .

Залежності між радіусами основних кіл та центроїд визначаються рівняннями: $r_1 = R_1 \cos \alpha$ і $r_2 = R_2 \cos \alpha$, α – кут зачеплення.

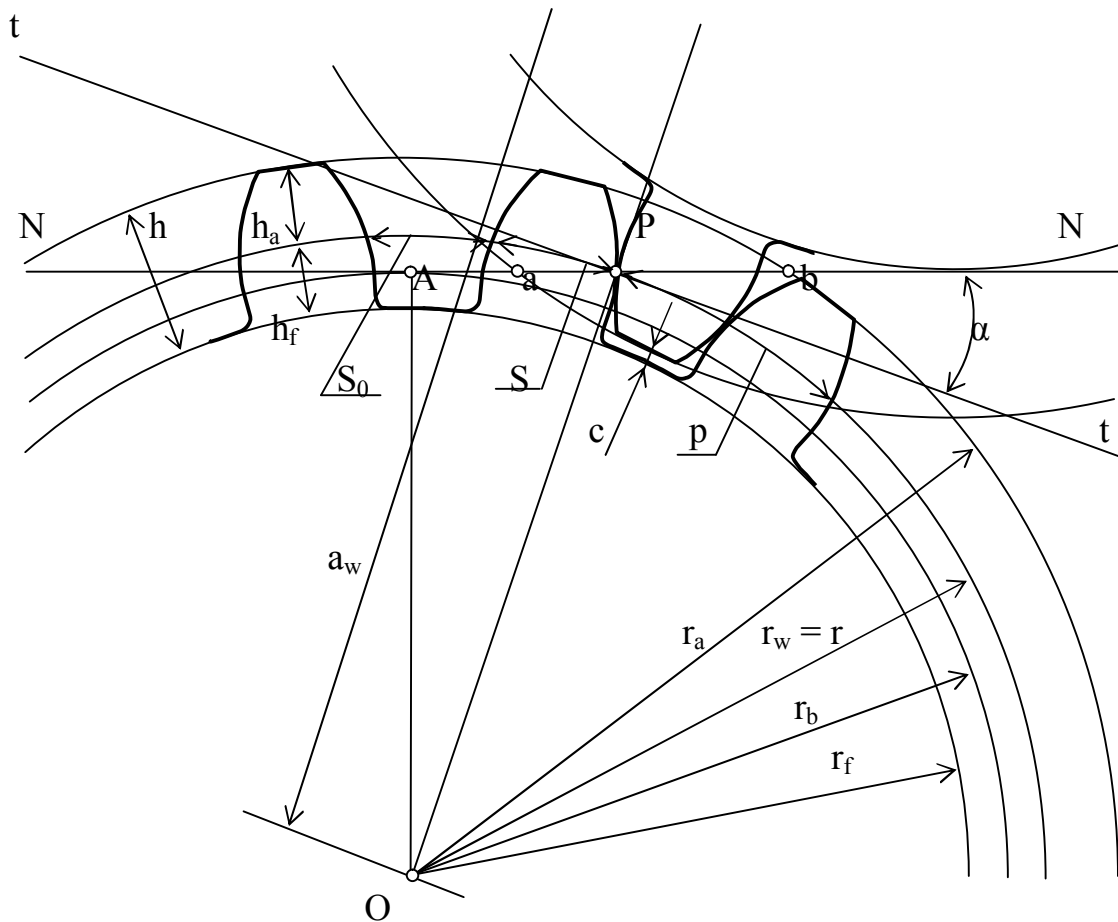


ЛЕКЦІЯ № 9 ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ ЗУБЧАТОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

1. Геометричні елементи зубчастих коліс

Розглянемо стандартні прямозубі евольвентні зубчасті колеса зовнішнього зачеплення.

Зубчасті колеса, в яких товщина зуба на ділильному колі дорівнює ширині западини, висота головки зуба дорівнює модулю, а кут зачеплення $\alpha = 20^\circ$, називаються стандартними (нормальними). Інші зубчасті колеса, які не відповідають відповідним вимогам називаються корегованими (виправленими).



Основні геометричні параметри:

m – модуль зачеплення (стандартна величина);

h_a – висота головки зуба;

h_f – висота ніжки зуба;

h – висота зуба;

p – крок зачеплення (відстань між суміжними однойменними профілями на ділільному колі);

S – товщина зуба на ділільному колі;

S_o – ширина западини на ділільному колі;

α – кут зачеплення (кут між спільною дотичною до основних кіл $N-N$ і дотичною до ділільних кіл $t-t$);

a_w – міжосьова відстань (бажано вибирати величину згідно стандарту);

r_w – радіус початкового кола (для нормальних коліс дорівнює радіусу ділільного кола r);

r_a — радіус кола вершин зубів;

r_f — радіус кола западин зубів;

r_b — радіус основного кола;

c — радіальний зазор;

P — полюс зачеплення;

$N-N$ — утворююча пряма (спільна дотична до основних кіл), яка при перекочуванні без ковзання по основному колі утворює, з допомогою точки P , евольвенту кола;

$(a-b)$ — довжина активної лінії зачеплення - l .

Розміри коліс, а також всього зачеплення, залежать від чисел z_1 і z_2 зубів коліс, від модуля m зачеплення загального для обох коліс, а також від способу їх виготовлення.

Основна величина, яка характеризує зачеплення є кут зачеплення α , який визначається по формулі

$$\operatorname{inv} \alpha = \frac{2\xi_c \operatorname{tg} \alpha_o}{z_c} + \operatorname{inv} \alpha_o.$$

Де $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$; $\operatorname{inv} \alpha_o = \operatorname{tg} \alpha_o - \alpha_o$; $\xi_c = \xi_1 + \xi_2$; $z_c = z_1 + z_2$.

Таким чином, з формули видно, що кут α залежить тільки від співвідношення ξ_c / z_c , де ξ — коефіцієнт зміщення.

В залежності від значення коефіцієнта зміщення зубчасті зачеплення класифікують наступним чином:

1. Якщо $\xi_c = 0$, при умові $\xi_1 = \xi_2 = 0$, то зачеплення називається нормальним (нульовим, стандартним);
2. Якщо $\xi_c = 0$, при умові $\xi_1 = -\xi_2 = \xi > 0$, то зачеплення називається рівномірно зміщеним (висотна корекція);
3. Якщо $\xi_c \neq 0$, то зачеплення називається нерівномірно зміщеним (кутова корекція).

В таблиці наведені формули, які необхідні для розрахунку геометричних параметрів зубчастих передач з прямими зубами. При використанні відповідних формул необхідно враховувати, що:

профільний кут інструментальної рейки $\alpha_o = 20^\circ$;

коефіцієнт висоти зуба рейки $f_o = 1$;

коефіцієнт радіального зазору $c_o = 0,25$.

Параметр	Тип зачеплення		
	Нормальне $\xi_c = 0$, $\xi_1 = \xi_2 = 0$, $a = \psi = 0$.	Рівномірно зміщене $\xi_c = 0$, $\xi_1 = -\xi_2 > 0$, $a = \psi = 0$	Нерівномірно зміщене $\xi_c \neq 0$, $a \neq 0$; $\psi > 0$.
p_t	$p_t = \pi m$	$p_t = \pi m$	$p_t = \pi m$
h	$h = 2,25m$	$h = 2,25m$	$h = (2,25 - \psi)m$
r	$r = \frac{mz}{2}$	$r = \frac{mz}{2}$	$r = \frac{mz}{2}$
r_w	$r_w = r$	$r_w = r$	$r_w = r \left(1 + \frac{2a}{z_c} \right)$
r_b	$r_b = r \cos \alpha_o$	$r_b = r \cos \alpha_o$	$r_b = r \cos \alpha_o$
r_f	$r_f = r - 1,25m$	$r_f = r - m(1,25 - \xi)$	$r_f = r - m(1,25 - \xi)$
r_a	$r_a = r_f + h$	$r_a = r_f + h$	$r_a = r_f + h$
S	$S = \frac{1}{2}p$	$S = \frac{1}{2}p + 2\xi m \operatorname{tg} \alpha_o$	$S = \frac{1}{2}p + 2\xi m \operatorname{tg} \alpha_o$
a_w	$a_w = \frac{mz_c}{2}$	$a_w = \frac{mz_c}{2}$	$a_w = m \left(\frac{z_c}{2} + a \right)$

Примітка. a – коефіцієнт відхилення міжцентрової відстані, визначає відстань між ділільними колами на лінії центрів; ψ – коефіцієнт зворотного зміщення, вказує на зменшення висоти зуба порівняно з висотою зуба в нормальному зачепленні.

Для передачі руху зубчастими колесами плавно необхідно, щоб перш ніж одна пара зубів вийшла із зачеплення, друга пара увійшла в зачеплення. Така умова має місце коли дуга початкового кола, по якій переміщається точка профілю зуба за час зачеплення однієї пари зубів, буде більшою за крок зачеплення. Відповідну дугу називають дугою зачеплення. Відношення дуги зачеплення до кроку називають коефіцієнтом перекриття. Але дуга зачеплення на основному колі дорівнює активній частині лінії зачеплення, оскільки перекошування твірної прямої евольвенти було без ковзання, а відстань між евольвентами на нормалі до евольвент у всіх їх положеннях стала, отже

$$\varepsilon = \frac{l}{\pi m \cos \alpha}.$$

ЛЕКЦІЯ № 10 СИНТЕЗ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

1. Побудова картини зачеплення

Як правило, при синтезі зубчастих механізмів відоме передаточне відношення (з кінематичного аналізу механізму приводу). Приймаючи мінімальне число зубів шестерні та вибираючи згідно стандарту модуль зачеплення розраховують усі розміри елементів зачеплення, а також визначають для нерівномірно зміщеного зачеплення кут зачеплення.

Масштаб побудови картини зачеплення вибирають таким чином, щоб висота зуба на кресленні була не менше 50 мм.

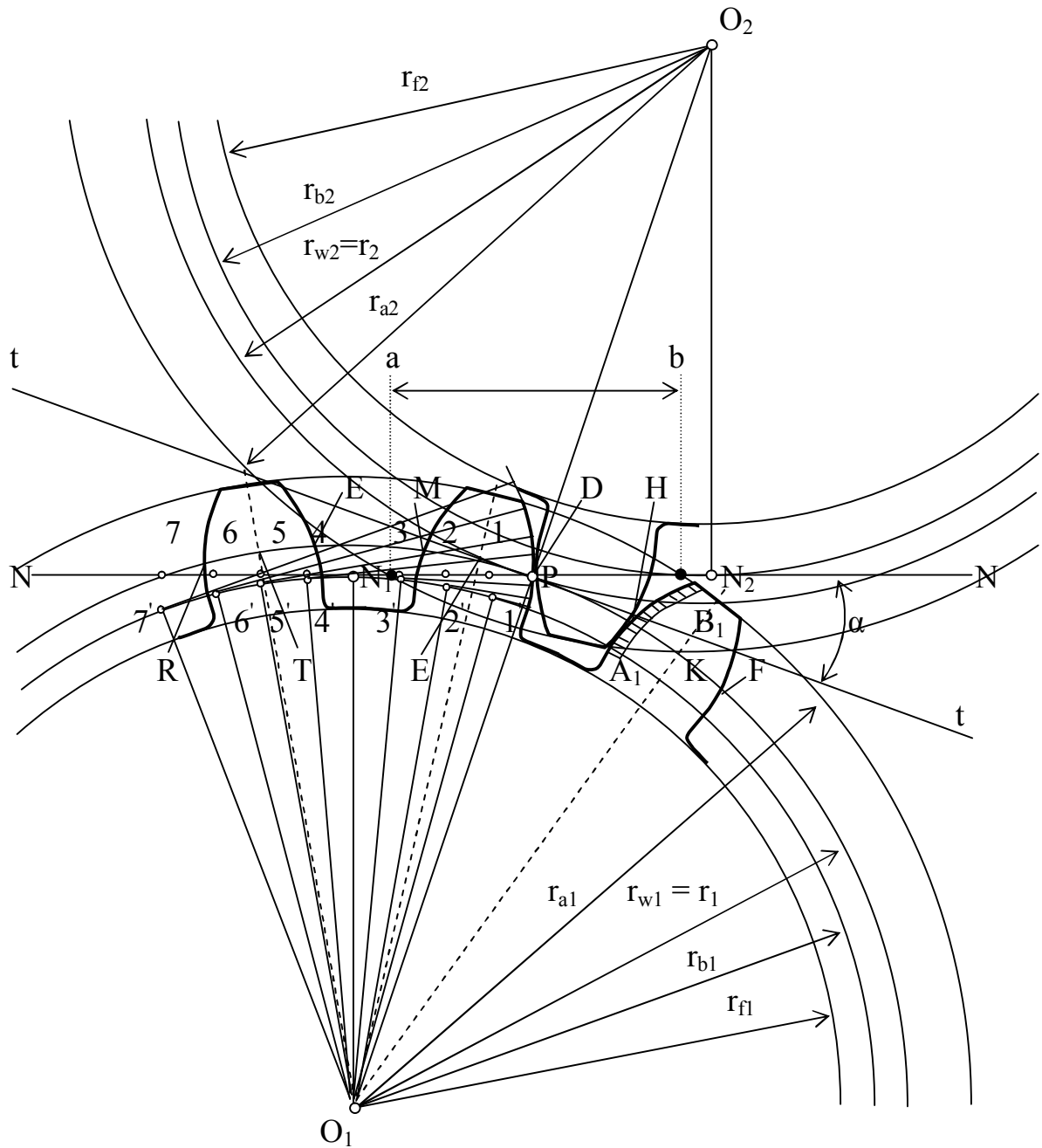
Картину зачеплення викреслюють в такій послідовності.

1. На лінії центрів коліс вибирають довільну точку P полюс зачеплення, відносно якої радіусами r_{w1} і r_{w2} відкладають відповідно точки O_1 і O_2 центри обертання коліс, а також будують відповідні початкові кола.

2. До лінії центрів коліс через точку P (полюс зачеплення) будують перпендикулярну пряму $t-t$. Під кутом зачеплення α до лінії $t-t$ проводять утворюючу пряму $N-N$.

3. З точок O_1 і O_2 опускають перпендикуляри на утворюючу пряму $N-N$, відповідно маємо точки N_1 і N_2 . Точки N_1 і N_2 можна також визначити відклавши з полюсу P відрізки $PN_1 = r_{w1} \sin \alpha$; $PN_2 = r_{w2} \sin \alpha$. Таким чином, відрізки O_1N_1 і O_2N_2 являються радіусами основних кіл. Будують відповідні кола.

4. Будуємо евольвенту, яку описує точка P прямої $N-N$ при перекочуванні її по основному колі без сковзання. При побудові першої евольвенти відкладаємо на основному колі першого колеса від точки N_1 дугу N_1P' , рівну довжині відрізка N_1P , використовуючи наступний спосіб. Відрізок N_1P ділимо на довільне число рівних частин (число частин доцільно брати ціле), відповідно маємо відрізки ($P1=12=23=3N_1$). Відносно точки N_1 на лінії $N-N$ відкладаємо такі ж відповідно рівні відрізки ($N_14=45=56=67$). Таким же чином,



ділимо дугу N_1P' також на рівні частини ($P'1'=1'2'=2'3'=3'N_1$), а також на основному колі відкладаємо рівні дуги ($N_14'=4'5'=5'6'=6'7'$). Отримані точки на основному колі $1';2';3'...6';7'$ з'єднуємо з точкою O_1 . До побудованих радіусів через точки $1';2';3'...6';7'$ проводимо перпендикуляри (вони являються дотичними до основного кола) на яких відкладаємо відповідно відрізки $1P;2P;3P...6P;7P$. Отримані точки з'єднуємо пологою кривою, отримуємо евольвенту для першого колеса. Таким же способом будуємо евольвенту для другого колеса.

5. Для побудови повної картини зачеплення будуємо окружність вершин зубів і отримуємо крайні точки на профілях головок. Радіусами r_{f1} і r_{f2} будуємо окружності западин зубів.

Необхідно відмітити, що радіус кола западин може бути більший, рівний чи менший радіусу основного кола. Це залежить від числа зубів колеса і від коефіцієнта зміщення. Виходячи з цієї умови профіль ніжки зуба викреслюють наступним чином:

а) якщо $r_f < r_b$, то профіль ніжки зуба від основи евольвенти продовжують по радіусу до кола западин зубів, а потім у основи зуба виконують округлення радіуса $0,2m$. Якщо різниця $r_f - r_b < 0,2m$, то радіального відрізка не проводять і коло западин спряжено з евольвентою дугою радіуса $0,2m$.

б) якщо $r_f \geq r_b$, то виконують спряження з евольвентою дугою радіуса $0,2m$.

Спрощений спосіб побудови профілю ніжки зуба не відображає істинної кривої, яка утворюється автоматично в процесі виготовлення колеса інструментальною рейкою. Тому, такий спосіб допустимий на кресленні.

6. Радіусами r_1 і r_2 будуємо ділильні кола. При побудові нормального зачеплення ділильні кола співпадають з початковими. Точка D є перетином ділильного кола з евольвентою першого колеса. Від точки D відкладаємо на ділильному колі дуги: вліво $\cup DE$, вправо $\cup DF$, кожна із них дорівнює кроку зачеплення p_t . Від точок E, D, F вліво відкладаємо дуги $\cup DM, \cup ER, \cup FH$, кожна із них дорівнює товщині зуба S . Отримані дуги ділимо навпіл, точки K, L, T з'єднуємо з центром O_1 , маємо осі симетрії зубів. Відносно осі симетрії (використовуючи шаблон чи метод переносу точок) будують не менше трьох зубів, по одному з права і зліва від першого зуба для якого була побудована евольвента.

Аналогічно будуємо три зуба для другого колеса.

2. Побудова основних елементів картини зачеплення

Лінія зачеплення. Активною частиною лінії зачеплення називають відрізок ab теоретичної лінії зачеплення, який розташований між точками перетину її з колами виступів коліс. Активна частина лінії зачеплення є геометричним місцем точок зачеплення (дотику) профілів зубів на нерухомій площині.

Якщо колесо являється ведучим і обертається по напрямленню годинникової стрілки, то зачеплення зубів починається в точці a і закінчується в точці b . При цьому точка дотику на профілю першого колеса переміщується від основи до вершини, на профілі другого колеса від вершини до основи.

Робочі ділянки профілів зубів. Ділянки профілів зубів, які приймають участь в зачепленні, називаються робочими. Щоб знайти відповідні ділянки, необхідно на профілі зуба першого колеса найти точку, спряжену з крайньою точкою головки другого колеса, а на профілі зуба другого колеса – точку, спряжену з крайньою точкою головки першого колеса. Для цього через точку O_1 проводимо дугу радіуса O_1a до перетину з точкою A_1 з профілем зуба першого колеса і через точку b з центру O_2 проводимо дугу радіуса O_2b до перетину з точкою B_2 з профілем зуба другого колеса. Ділянки A_1B_1 і A_2B_2 профілів зубів є робочими ділянками профілів. Для їх позначення на кресленні проводять паралельно лінії відповідним ділянкам на відстані 2мм . Отримані полоси необхідно заштрихувати. Так як, спряжені профілі зубів не являються центроїдами, то вони перекочуються один відносно другого з сковзанням. Тому довжина робочих ділянок робочих профілів зубів не рівна між собою.

При викреслюванні профілів зубів необхідно пам'ятати:

- а) профілі зубів можуть дотикатися тільки на активній частині лінії зачеплення;
- б) наявність зазору на активній частині лінії зачеплення між профілями, перетин ліній профілів, вказує на неправильність виконання креслення.

Дуга зачеплення. Кожна з дуг початкового кола, які перекочуються одна по одній за час зачеплення однієї пари спряжених профілів, називається дугою зачеплення. Так як початкові кола перекачуються одне відносно іншого без сковзання, то дуги зачеплення для обох коліс рівні між собою.

Для побудови дуги зачеплення першого колеса необхідно через кінцеві точки A_1 і B_1 робочої ділянки профілю зуба провести в напрямленні вгнутості нормалі до цього профілю (вони будуть дотичними до основного кола). Знаходимо точки a_1 і b_1 перетину цих дотичних з початковими колами. Дуга a_1b_1 є дугою зачеплення на початковому колі першого колеса.

Аналогічно будують дугу зачеплення a_2b_2 на початковому колі другого колеса.

Довжину k дуги зачеплення визначають за формулою $k = \frac{l}{\cos \alpha}$,

де l — довжина активної частини лінії зачеплення.

Згідно рівняння довжину k дуги зачеплення можна визначити графічним способом. Для цього необхідно через точки a і b активної лінії зачеплення провести перпендикуляри до перетину з загальною дотичною $t-t$. Відрізок $a'b'$ дорівнює довжині k дуги зачеплення.

Контрольні питання

1. Як визначають передаточне відношення передачі?
2. Теорема зачеплення?
3. Основні геометричні параметри зачеплення?
4. Що таке коефіцієнт перекриття?
5. Основні характеристики картини зачеплення?

РОЗДІЛ № V ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ

ЛЕКЦІЯ № 11 СИЛОВИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

1. Основні задачі динаміки механізмів

Теорія механізмів і машин розглядається дві основні задачі:

а) **силовий аналіз механізмів** – вивчення впливу зовнішніх сил, сил ваги, сили тертя і інерції на ланки механізму, кінематичні пари та нерухомі опори, а також встановлення способів зменшення динамічних навантажень, які виникають в процесі руху механізму.

б) **динаміка механізмів** – вивчення режиму руху механізму під дією заданих сил і встановлення способів, які забезпечують заданий режим руху механізму.

Метою першої з задач динаміки механізмів є – визначення зовнішніх невідомих сил, які діють на ланки механізму, а також реакцій в кінематичних парах.

До зовнішніх сил відносять – тиск газів на поршень кривошипно-повзунного механізму (двигун внутрішнього згорання, компресор, і т. п.); обертальний момент на валу електродвигуна і т. п.

Деякі сили виникають в процесі руху механізму: сили тертя; сили опору середовища; сили інерції; і т. п.

Якщо відомі зовнішні сили і закон руху усіх ланок механізму то можна визначити: сили тертя; реакції в'язей; сили опору середовища; сили інерції та інші сили, які виникають в процесі роботи механізму, тобто виконати силовий розрахунок механізму.

2. Силовий розрахунок механізмів

Силовий розрахунок механізму – полягає в визначенні тих сил, які діють на окремі ланки механізму при їх русі.

В теорії механізмів і машин досить широке застосування отримав метод силового розрахунку механізмів на основі простих рівнянь рівноваги твердих тіл в формі Даламбера.

По відношенню до механізмів суть метода може бути сформульована так: якщо до всіх зовнішніх діючих на ланку механізму сил приєднати сили інерції, то під дією всіх цих сил ланку можна розглядати як умовно нерухому.

Метод силового розрахунку механізму з використанням сил інерції та рівнянь динамічної рівноваги називають – **кінетостатичним розрахунком механізму**.

3. Сили які діють на ланки механізму

Умовно всі сили, які діють на ланки механізму розподіляють на: зовнішні та внутрішні.

До зовнішніх сил відносять: рушійні сили; сили промислового опору; сили ваги та інші.

До внутрішніх сил відносять: сили тертя; сили реакції в'язей; сили інерції і т. п. Але по відношенню до ланок ці (внутрішні) сили являються зовнішніми.

Рушійними силами – називають ті сили, які прагнуть прискорити рух ведучої ланки. Робота рушійних сил позитивна.

Силами опору – називають ті сили, які прагнуть уповільнити рух ведучої ланки. Робота сил опору негативна.

Силами промислового опору чи силами корисного опору – називають ті сили, які виникають при виконанні технологічних процесів.

Силами шкідливого опору – називають ті сили опору на подолання яких потрібно витратити додаткову роботу крім тієї, яку необхідно витратити на подолання сил корисного опору.

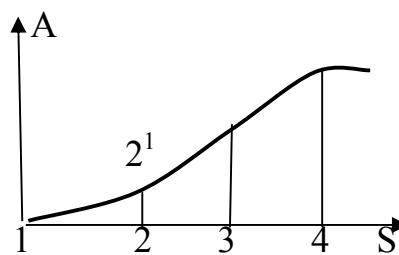
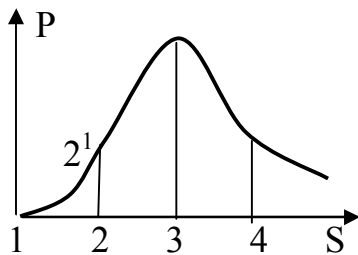
ЛЕКЦІЯ № 12 КЛАСИФІКАЦІЯ СИЛ

1. Сили рушійні та сили корисного опору

Сили рушійні і сили корисного опору в залежності від їх фізичних і технологічних характеристик можуть бути функціями різних кінематичних параметрів: переміщення, швидкості і прискорення.

В теорії механізмів мають на увазі, що ці сили задані в аналітичній чи графічній формі. В останньому випадку – це діаграми сил, робіт чи потужностей.

Розглянемо найбільш типові діаграми та їх зв'язок між собою.



Маючи діаграму $P = P(S)$ можна побудувати діаграму $A = A(S)$. Робота A_{1k} на інтервалі шляху від початкового положення 1 до любого k – го дорівнює

$$A_{1k} = \int_{s_1}^{s_k} P dS.$$

Таким чином побудова діаграми $A = A(S)$ зводиться до інтегрування кривої $P = P(S)$. В інтервалі (12) відповідно маємо

$$A_{12} = \int_{s_1}^{s_2} P dS = \mu_P \mu_S S_{122^1} = \mu_A (2 - 2^1),$$

де μ_P – масштаб сили; μ_S – масштаб переміщення; μ_A – масштаб роботи.

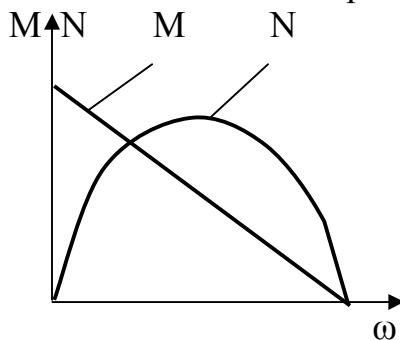
2. Механічні характеристики машин

Основне питання яке розглядається при динамічному дослідженні, це питання про потужність, яка може бути розвинута машиною – двигуном. В робочих машинах при змінненні обертання ведучого валу змінюються сили промислового опору.

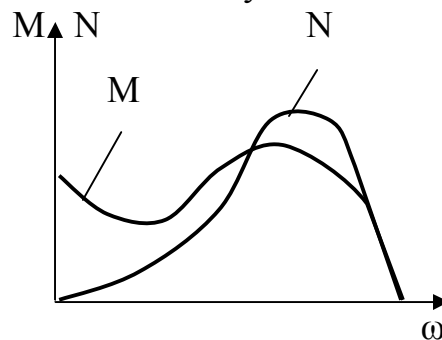
Залежність моменту M , прикладеного до веденого валу машини – двигуна чи до ведучого валу робочої машини, від кутової швидкості відповідних валів називають **механічною характеристикою машини**.

Тобто $M = M(\omega)$ чи $M = M(n)$, а також враховуючи що $N = M\omega$ то $N = N(\omega)$ теж називають механічною характеристикою машини.

Типи механічних характеристик машин – двигунів.



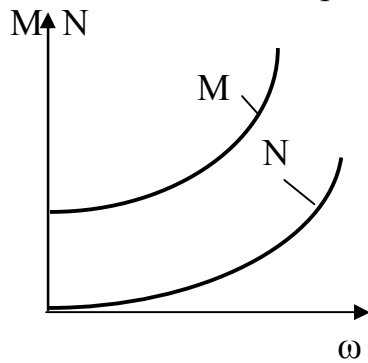
електродвигун постійного струму



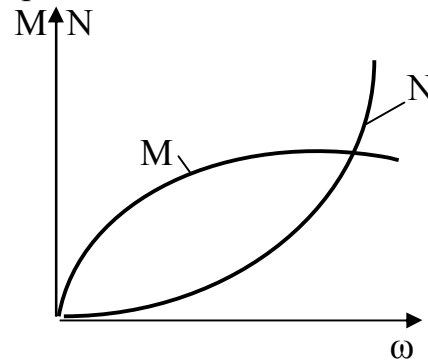
асинхронний електродвигун змінного струму

Для машин – двигунів характерним являється зменшення обертального моменту зі збільшенням кутової швидкості.

Типи механічних характеристик робочих машин.



центробіжний насос

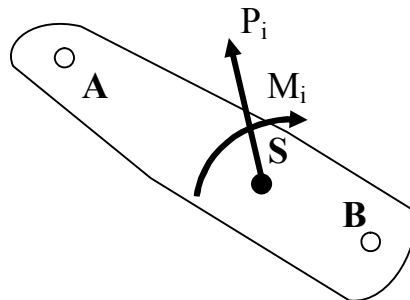


прядильна машина

У робочих машин момент зростає з збільшенням кутової швидкості, тому що збільшується сили тертя, сили корисного опору.

3. Сили інерції ланок плоских механізмів

В загальному випадку всі сили інерції ланки АВ, яка здійснює складний плоско паралельний рух та маючи площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до сили інерції P_i прикладеної в центрі мас ланки і до пари сил інерції, момент якої дорівнює M_i .



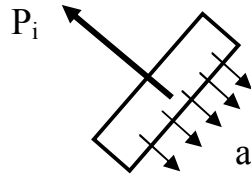
$\vec{P}_i = -m\vec{a}_s$, m – маса ланки (кг), a_s – повне прискорення центру мас ланки (м/с^2). Сила інерції ланки направлена паралельно, але в протилежну сторону повному прискоренню центру мас.

$\vec{M}_i = -J_s \vec{\varepsilon}$, J_s – момент інерції ланки відносно осі, яка проходить через центр мас і перпендикулярна до площини руху ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$), ε – кутове прискорення ланки ($1/\text{с}^2$). $J_s = m\rho^2$, ρ – радіус інерції.

Визначення сил та моментів інерції при поступальному русі.

а) поступальний рух з постійною швидкістю – в даному випадку сила та момент інерції дорівнюють нулю, так як повне та кутове прискорення відсутні.

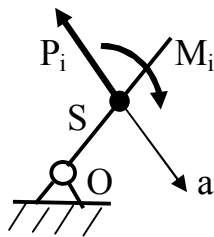
б) поступальний рух зі зміною швидкістю – в даному випадку виникає тільки сила інерції, яка прикладена в центрі мас ланки і направлена в протилежну сторону прискоренню. Момент інерції дорівнює нулю, тому



що кутове прискорення дорівнює нулю.

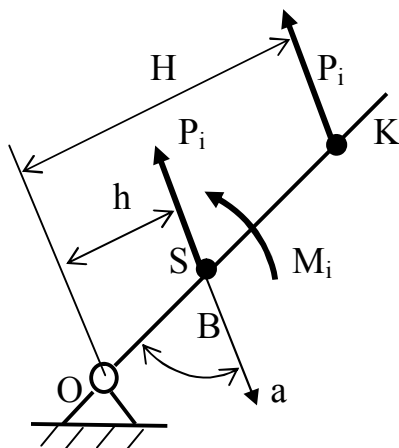
Визначення сил та моментів інерції при обертальному русі.

- а) при обертальному русі відносно осі, яка проходить через центр мас з постійною кутовою швидкістю сила та момент інерції дорівнюють нулю, так як повне прискорення центру мас та кутове прискорення відсутні. Якщо має місце обертальний рух з зміною кутовою швидкістю то буде мати місце тільки момент інерції, який направлений в протилежну сторону кутового прискорення.
- б) при обертальному русі відносно осі, яка проходить через довільну точку, з постійною кутовою швидкістю буде мати місце тільки сила інерції, а момент інерції відсутній.
- в) при обертальному русі відносно осі, яка проходить через довільну точку, зі зміною кутовою швидкістю виникає сила інерції, прикладена в центрі мас і направлена паралельно прискоренню, та момент інерції, який направлений в протилежну сторону кутовому прискоренню.



Силу та момент інерції в даному випадку можна звести до еквівалентної сили інерції, яку прикладають в точці центру хитання ланки.

Розглянемо рівновагу ланки відносно точки O. Головний моменти сил інерції ланки, яка здійснює обертальний рух відносно точки O зі зміною кутовою швидкістю дорівнює $M_O = P_i h + J_s \varepsilon$.



Розпишемо усі складові рівняння рівноваги, то відповідно маємо:

$$P_i = m a_s; J_s = m \rho^2; h = l_{OS} \times \sin \beta;$$

$$\varepsilon = a_{SO}^\tau / l_{OS} = a_s \sin \beta / l_{OS}. \text{ Підставимо в рівняння рівноваги}$$

$$M_O = m a_s (l_{OS} + \frac{\rho^2}{l_{OS}}) \sin \beta = P_i (l_{OS} + l_{SK}) \sin \beta.$$

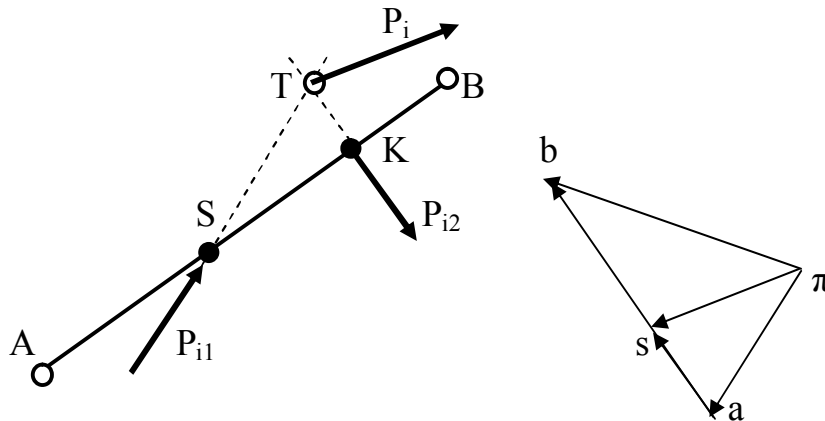
Враховуючи, що $(l_{OS} + l_{SK}) \sin \beta = l_{OK} \sin \beta = H$ то відповідно

$$M_O(P_i) = P_i H.$$

Таким чином, інерційні складові ланки можуть бути зведені до однієї сили інерції $\vec{P}_i = -m\vec{a}_s$ прикладеної в точці К, яку називають **центром хитання ланки**. Так як довжина відрізка (SK) більше нуля, то точка К завжди буде знаходитись даліше від осі обертання ніж точка центру мас.

Визначення сил та моментів інерції при складному русі.

Розглянемо довільну ланку АВ для якої відповідно маємо план прискорень. Сила інерції визначається рівнянням $\vec{P}_i = -m\vec{a}_s$, згідно плану прискорень маємо $a_s = \mu_a(\pi s) = \mu_a[(\pi a) + (as)]$. То рівняння сили інерції прийме вид $\vec{P} = -[m\mu_a(\pi a) + m\mu_a(as)] = \vec{P}_{i1} + \vec{P}_{i2}$.



Таким чином при складному русі силу інерції можна розкласти на силу інерції поступального руху $\vec{P}_{i1}$, яка прикладена в центрі мас ланки та сили інерції обертального руху $\vec{P}_{i2}$, яка прикладена в центрі хитання ланки. Результативна сила інерції буде прикладена в точці Т, яка

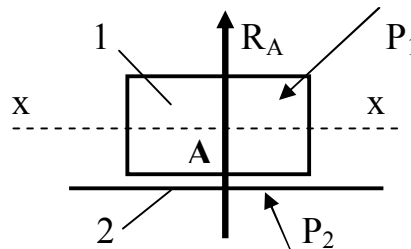
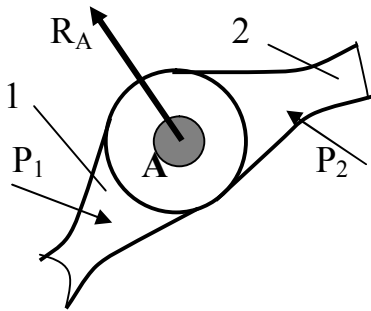
знаходиться на перетині ліній дії сил інерції $\vec{P}_{i1}$ і $\vec{P}_{i2}$, та направлена паралельно вектору прискорення центру мас ланки, але в протилежну сторону.

ЛЕКЦІЯ № 13 КІНЕТОСТАТИКА МЕХАНІЗМІВ

1. Умова статичної визначеності кінематичного ланцюгу

В процесі роботи механізмів на ланки діють зовнішні сили, які обумовлюють відповідний тиск в кінематичних парах. Сумарну силу тиску в парі замінюють реакцією в'язів.

В обертальній кінематичній парі реакція в'язів прикладена в центрі шарніра, напрямлення та скалярна величина невідомі.



В поступальній кінематичній парі реакція в'язів направлена перпендикулярно лінії переміщенню, точка прикладання та скалярна величина невідомі.

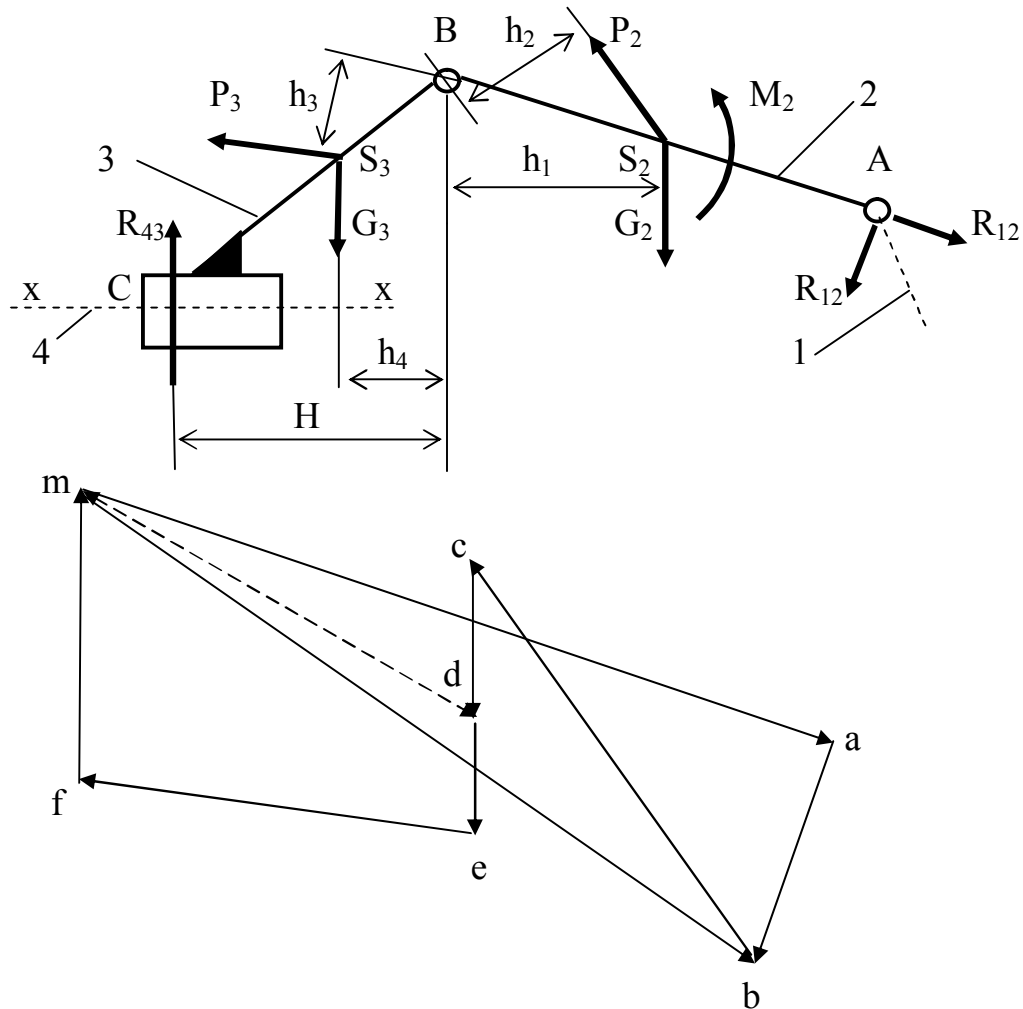
Реакція в'язів у вищій кінематичній парі прикладена в точці дотику ланок і направлена по нормалі до робочих профілів, скалярна величина невідома.

Таким чином, якщо ми маємо n ланок то для них можна скласти $3n$ рівнянь рівноваги. А кожна нижча кінематична пара вносить дві невідомі величини. Тому кінематичний ланцюг буде статично визначений при умові, що $3n - 2p_H = 0$. Це рівняння справедливе при наступних значеннях $n = 2, 4, 6, \dots$ і відповідно $p_H = 3, 6, 9, \dots$. Цій умові відповідає тільки група Ассура.

Згідно статичній визначеності при виконанні силового розрахунку механізм необхідно розділити на групи Ассура і дослідження починати з найбільш віддаленої групи. Такий розрахунок називають кінетостатичним.

2. Визначення реакцій в кінематичних парах

Розглянемо довільну двох повідкову групу Ассура, яка містить обертальні та поступальні кінематичні пари. До ланок групи прикладаємо відповідні зовнішні сили та моменти, які є рівнодіючими



силами і моментами, до складу яких входять також сили інерції та моменти сил інерції.

Дію на ланки групи відкинутих ланок (у точці А відкинута ланку 1, а в точці С ланку 4) замінюємо реакціями в'язів: $\vec{R}_{12}$, яка походить через центр обертальної пари А, і $\vec{R}_{43}$, направленої перпендикулярно до лінії переміщення точки С (лінія $x - x$). Під дією всіх сил, згідно принципу Даламбера, група Ассура знаходиться в рівновазі. Напрявлення реакції $\vec{R}_{12}$ невідомо, тому необхідно розкласти її на дві складові: нормальну $\vec{R}_{12}^n$, направлену в здовж ланки АВ і тангенціальну

(дотичну) $\vec{R}_{12}^{\tau}$, направлену перпендикулярно до ланки АВ. Таким чином

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^{\tau}.$$

Складаємо динамічне рівняння рівноваги групи Ассура у вигляді векторної суми всіх сил.

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^{\tau} + \vec{P}_2 + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{P}_3 + \vec{R}_{43} = 0$$

З умови рівноваги другої ланки відносно точки В визначимо невідому реакцію $\vec{R}_{12}^{\tau}$. $\Sigma M_B = 0$, відповідно маємо

$$R_{12}^{\tau}(AB)\mu_l + G_2 h_1 \mu_l - P_2 h_2 \mu_l - M_2 = 0,$$

звідки

$$R_{12}^{\tau} = \frac{-G_2 h_1 \mu_l + P_2 h_2 \mu_l + M_2}{(AB)\mu_l}.$$

У тому випадку коли реакція $\vec{R}_{12}^{\tau}$ має знак «мінус» необхідно її напрямок змінити на протилежний. Величину та напрям інших невідомих реакції знаходимо розв'язуючи графічно динамічне рівняння рівноваги групи Ассура, тобто будуємо план сил. Визначаємо масштаб плану сил $\mu_P = R_{12}^{\tau} / (ab)$, відрізок (ab) вибираємо довільної довжини. Згідно вибраного масштабу розраховуємо довжину векторів відомих сил: $(bc) = P_2 / \mu_P$; $(cd) = G_2 / \mu_P$; $(de) = G_3 / \mu_P$; $(ef) = P_3 / \mu_P$, які відкладаємо у відповідній послідовності згідно правила складання векторів. Відповідно отримаємо ламану лінію $abcdef$. Так як сума всіх сил дорівнює нулю, то щоб отримати замкнений багатокутник сил необхідно через точку a привести лінію паралельно реакції $\vec{R}_{12}^n$, а через точку f лінію паралельно реакції $\vec{R}_{43}$. Перетин цих ліній, точка m замикає багатокутник сил. Враховуючи, що $\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^{\tau}$, то необхідно з'єднати на плані сил відповідно точки m і b . Таким чином побудований багатокутник є планом сил для розглянутої групи Ассура.

Скалярну величину відповідних реакцій визначаємо з умови

$$R_{12} = (mb)\mu_P, \quad R_{43} = (fm)\mu_P.$$

Точку прикладання сили $\vec{R}_{43}$ можемо визначити, склавши рівняння рівноваги моментів сил, що діють на ланку 3 відносно точки В.

$$\sum M_B = R_{43}H + P_3h_3 - G_3h_4 = 0$$

звідки

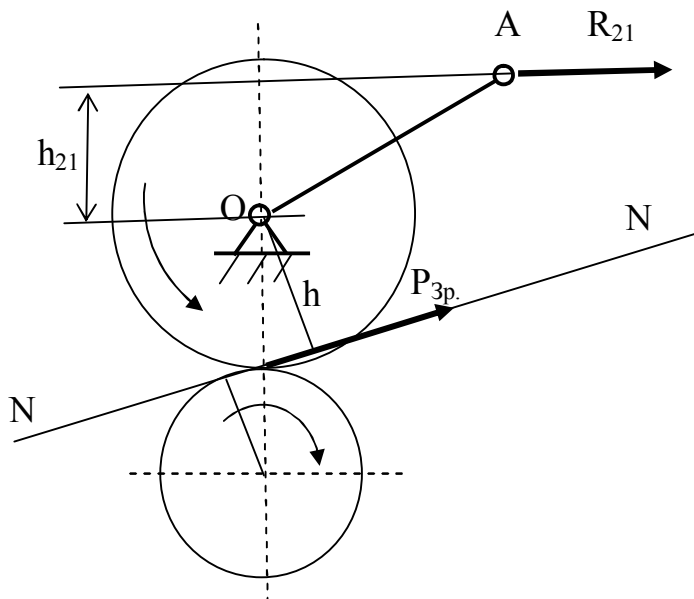
$$H = \frac{-P_3h_3 + G_3h_4}{R_{43}}.$$

План сил дає можливість визначити величину і напрям реакції у внутрішній кінематичній парі В. Виходячи з рівняння рівноваги ланок на плані сил необхідно з'єднати відповідно точки d і m . Тоді $R_{32} = (dm)\mu_P$, а $R_{23} = (md)\mu_P$. Відповідно $\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}$.

3. Кінетостатика кривошипу

З умови статичної визначеності ведучої ланки маємо $3n - 2p_H = 1$, тому що $n = 1$ і $p_H = 1$. Таким чином необхідно для зрівноваження ведучої ланки прикласти до неї силу чи момент. Таку силу $\vec{P}_{3p.}$ називають зрівноважувальною, або зрівноважувальний момент $\vec{M}_{3p.}$. Величина і точка прикладання $\vec{P}_{3p.}$ залежить від способу приведення ведучої ланки в рух.

Якщо вал електродвигуна безпосередньо з'єднаний з валом ведучої ланки, то вона зрівноважується моментом який розвиває електродвигун, а в тому випадку коли обертальний момент передається через зубчасту передачу, то на ланку діє зрівноважувальна сила, яка прикладена в полюсі зачеплення і направлена по лінії зачеплення $N - N$.



Величину зрівноважувальної сили визначаємо з рівняння рівноваги системи відносно точки обертання ведучої ланки (точка О).

$$P_{3p.}h - R_{21}h_{21} = 0$$

звідки

$$P_{3p.} = R_{21} \frac{h_{21}}{h}.$$

4. Теорема Жуковського про жорсткий важіль

Співвідношення між силами, прикладеними до механізму (ураховуючи сили інерції), можна отримати за допомогою жорсткого важеля Жуковського.

Теорема Жуковського. Якщо довільний механізм під дією системи сил, прикладених до цього механізму, знаходиться в рівновазі, то повернутий на 90° в любую сторону план швидкостей механізму, розглядається як тверде тіло, яке обертається навколо полюса плану і навантажено силами, прикладеними в відповідних точках плану, теж знаходиться в рівновазі.

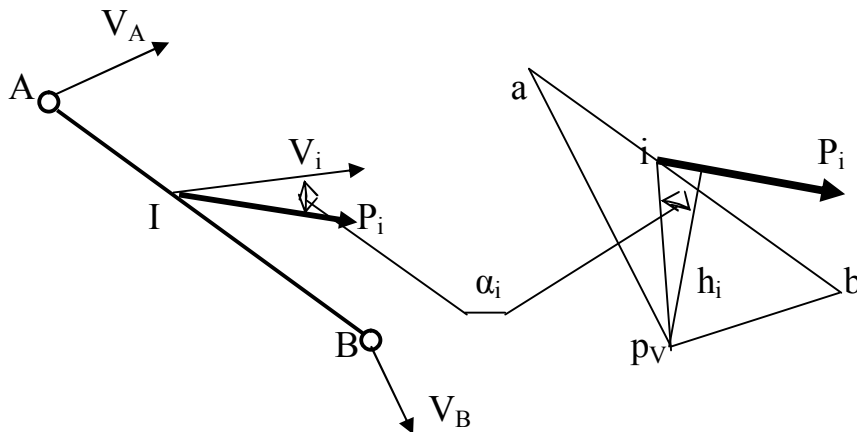
Для доведення теореми Жуковського використаємо принцип можливих переміщень, які в даному випадку співпадають з дійсними переміщеннями.

$$\sum_1^n P_i \delta S_i \cos(P_i \delta S_i) = 0$$

чи розділивши на dt

$$\sum_1^n P_i V_i \cos(P_i V_i) = \sum_1^n N_i = 0,$$

де P_i – відома сила, V_i – швидкість точки прикладання сили, N_i – потужність сили P_i .



В точці І ланки АВ прикладена сила P_i . Розвернемо на 90° план швидкостей до якого у відповідній точці прикладемо силу P_i . Тоді, згідно принципу можливих переміщень маємо

$$N_i = P_i V_i \cos \alpha_i = P_i (p_V i) \mu_V \cos \alpha_i = P_i h_i \mu_V.$$

Так як дане рівняння справедливе для всіх сил P_i , то відповідно

$$\sum_1^n N_i = \mu_V \sum_1^n P_i h_i = 0.$$

Враховуючи, що $\mu_V \neq 0$ то відповідно $\sum_1^n P_i h_i = 0$, тобто план швидкостей як жорсткий важіль знаходиться в рівновазі.

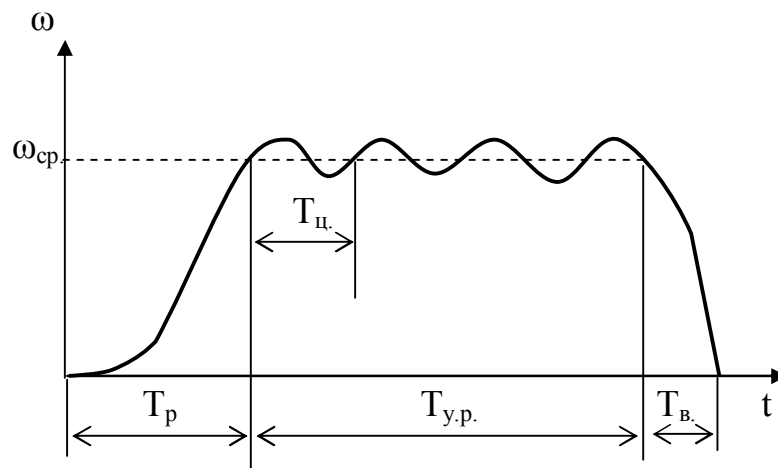
ЛЕКЦІЯ № 14 РУХ МЕХАНІЗМУ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ СИЛ

1. Режим руху механізмів

Повним часом руху механізму являється відрізок часу від моменту початку руху ведучої ланки до моменту кінця її руху.

Повний час руху механізму складається з трьох частин:

- а) час розбігу T_p ;
- б) час усталеного руху $T_{y.p.}$;
- в) час вибігу T_v .



Тахограма механізму

Повний час роботи $T = T_p + T_{y.p.} + T_v$, час усталеного руху визначається, як добуток часу одного циклу на число циклів $T_{y.p.} = k T_{\text{ц.}}$.

Циклом руху ведучої ланки механізму називають проміж уток часу, по закінченню якого переміщення, швидкість і прискорення ведучої ланки приймають початкове значення.

Проаналізуємо чим характеризуються розбіг, усталений рух та вибіг на основі аналізу рівняння кінетичної енергії

$$A_P - A_O = \Sigma \frac{mV^2}{2} - \Sigma \frac{mV_0^2}{2},$$

A_P – робота всіх рушійних сил, A_O – робота всіх сил опору, V, V_0 – відповідно швидкість в кінці і на початку розглянутого переміщення.

Для T_P швидкість $V > V_0$ відповідно $A_P > A_O$.

Для $T_{y.p.}$ швидкість $V = V_0$ відповідно $A_P = A_O$.

Для T_B швидкість $V < V_0$ відповідно $A_P < A_O$.

Енергія, яку використовує машина згідно рівняння кінетичної енергії запишеться в наступному вигляді

$$A_P - A_O - \left(\Sigma \frac{mV^2}{2} - \Sigma \frac{mV_0^2}{2} \right) = 0,$$

або

$$A_{P.} - A_{K.O.} - A_{T.} \pm A_I \pm A_G = 0,$$

- $A_{P.}$ – робота рушійних сил, - $A_{K.O.}$ – робота сил корисного опору, - $A_{T.}$ – робота сил тертя, - A_I – робота сил інерції, - A_G – робота сил ваги.

Переходячи від енергії, яку використовує машина до потужності отримаємо рівняння **енергетичного балансу машини**

$$N_{P.} - N_{K.O.} - N_{T.} \pm N_I \pm N_G = 0.$$

2. Механічний коефіцієнт корисної дії

Механічним коефіцієнтом корисної дії η називають відношення абсолютної величини роботи сил промислового опору до роботи всіх рушійних сил за час усталеного руху

$$\eta = \frac{A_{K.O.}}{A_{P.}},$$

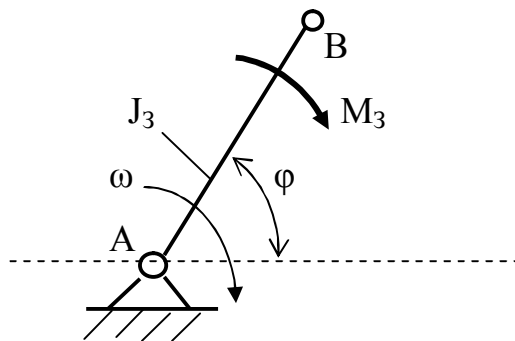
чи $\eta = 1 - \varphi$, де φ – коефіцієнт втрат робіт.

3. Зведення сил і мас

Метод зведення сил і мас дозволяє встановити закон руху однієї ланки чи точки механізму. Закон руху інших точок і ланок механізму визначають методом кінематичного аналізу. Тому динамічну задачу визначення кутової швидкості обертання головного валу машинного агрегату розв'язують на основі приведення до точки чи ланки сил і моментів, діючих на ланки механізму, а також їх мас і моментів інерції.

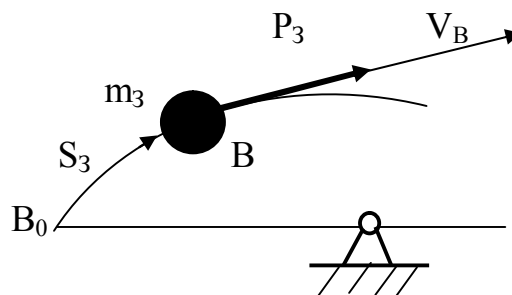
Таку точку чи ланку називають точкою чи ланкою зведення, а прикладені сили і моменти, які діють на різні ланки механізму, називають зведеними силами і зведеними моментами.

При наявності в механізмі ланки, яка утворює з стійкою нижчу кінематичну пару і знаходиться в неперервному обертальному русі її вибирають за ланку зведення, а в якості узагальненої координати вибирають кут повороту φ . Таким чином механізм умовно заміняють еквівалентним в динамічному відношенні обертаючої ланки АВ.



Ця ланка має змінний зведений момент інерції J_3 і навантажена сумарним зведеним моментом M_3 , який заміняє фактично діючі на ланки механізму сили і моменти. Закон руху ланки яку заміняють та зведеної ланки однаковий.

При відсутності в механізмі ланки, яка обертається відносно стійки вибирають точку зведення, узагальненою лінійною координатою. Зведення мас, сил і моментів здійснюється по відношенню до точки зведення.



Таким чином маємо зведену масу m_3 , яка має в даному випадку зміну величину і до неї прикладена сумарна зміна зведена сила P_3 .

В основу зведення сил та мас і моментів пар сил для системи з одною ступеню вільності на основі принципу можливих переміщень покладено умову рівності елементарних робіт чи потужностей, які розвивають зведені сили чи моменти та елементарних робіт чи потужностей, які розвивають сили та моменти прикладені до ланок відповідного механізму.

$$N_3 = \sum_{i=1}^{i=k} N_i.$$

Для точки зведення відповідно маємо

$$P_3 V_B = \sum_{i=1}^{i=k} P_i V_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_i \omega_i.$$

Для ланки зведення маємо

$$M_3 \omega = \sum_{i=1}^{i=k} P_i V_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_i \omega_i.$$

Розв'яжемо відповідні рівняння відносно зведеної сили та зведеного моменту

$$P_3 = \sum_{i=1}^{i=k} P_i \frac{V_i}{V_B} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_i \frac{\omega_i}{V_B},$$

$$M_3 = \sum_{i=1}^{i=k} P_i \frac{V_i}{\omega} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_i \frac{\omega_i}{\omega}.$$

Таким чином, якщо для кожного положення механізму відомі прикладені до його ланок сили та моменти, то зведена сила чи зведений момент будуть залежати тільки від відношень швидкостей, які в свою чергу залежать тільки від положень його ланок.

Для визначення зведених мас та моментів інерції використаємо рівняння кінетичної енергії механізму

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} T_i = \sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{J_{Si} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{Si}^2}{2} \right].$$

Кінетична енергія точки зведення

$$T_m = \frac{m_3 V_B^2}{2},$$

а ланки зведення, відповідно

$$T_J = \frac{J_3 \omega^2}{2}.$$

У відповідності до умови динамічної еквівалентності механізму та системи з зведеною масою чи зведеним моментом інерції маємо

$$\frac{m_3 V_B^2}{2} = \sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{J_{Si} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{Si}^2}{2} \right],$$

$$\frac{J_3 \omega^2}{2} = \sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{J_{Si} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{Si}^2}{2} \right]$$

Розв'язуючи відповідні рівняння відносно зведеної маси та зведеного моменту інерції отримаємо

$$m_3 = \sum_{i=1}^{i=n} \left[J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{V_B} \right)^2 + m_i \left(\frac{V_{Si}}{V_B} \right)^2 \right],$$

$$J_3 = \sum_{i=1}^{i=n} \left[J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 + m_i \left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 \right].$$

Таким чином, зведена маса та зведений момент залежать тільки від відношень квадрату швидкостей.

ЛЕКЦІЯ № 15 РЕГУЛЮВАННЯ РУХУ МЕХАНІЗМІВ

1. Рівняння руху машини в формі закону кінетичної енергії

Запишемо рівняння зміни кінетичної енергії механізму в довільному інтервалі $(0 - i)$

$$T_i - T_0 = \sum \frac{m V_i^2}{2} - \sum \frac{m V_0^2}{2} = A_P - A_O.$$

Якщо всі сили, моменти сил і маси привести до точки зведення то відповідно отримаємо наступне рівняння зміни кінетичної енергії на довільному інтервалі $(0 - i)$

$$\frac{m_{3i} V_i^2}{2} - \frac{m_{30} V_0^2}{2} = \int_{S_0}^{S_i} P_{3.P.}(S) dS - \int_{S_0}^{S_i} P_{3.O.}(S) dS.$$

Якщо всі сили, моменти сил і маси привести до ланки зведення то відповідно отримаємо наступне рівняння зміни кінетичної енергії на довільному інтервалі $(0 - i)$

$$\frac{J_{3i}\omega_i^2}{2} - \frac{J_{3o}\omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_{3.P.}(\varphi)d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} M_{3.O.}(\varphi)d\varphi.$$

Отримані залежності називають **рівняннями руху машини в енергетичній формі**.

Використовуючи рівняння зміни кінетичної енергії механізму отримаємо приріст робіт на довільному інтервалі (0 – i)

$$A_P - A_O = T_i - T_0 = \Delta A_{0i},$$

а з урахуванням рівнянь руху машини в енергетичній формі отримаємо залежність для визначення кутової швидкості ланки зведення

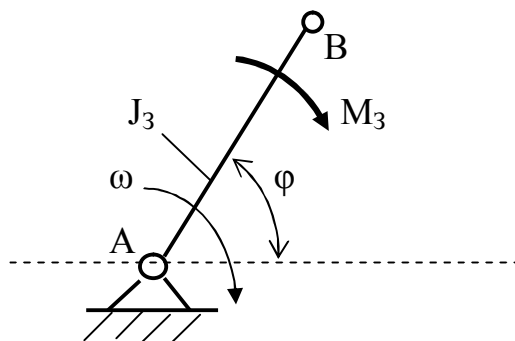
$$\frac{J_{3i}\omega_i^2}{2} = T_0 - \Delta A_{0i},$$

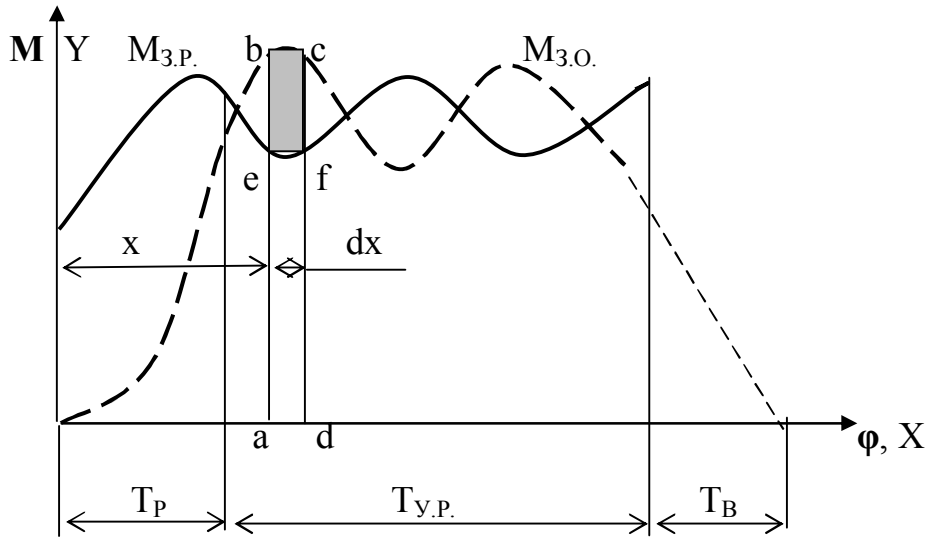
звідки

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2(T_0 - \Delta A_{0i})}{J_{3i}}}.$$

2. Визначення закону руху механізму під дією зовнішніх сил

Розглянемо зведену ланку, яка має змінний зведений момент інерції J_3 і навантажена сумарним зведеним моментом M_3 , який замінює фактично діючі на ланки механізму сили і моменти. Для відповідної ланки маємо графіки зміни зведених моментів усіх рушійних сил $M_{3.P.}$ та зведених моментів усіх сил опору $M_{3.O.}$ за повний цикл роботи механізму.





Розглянемо елементарний інтервал dx на довільній відстані x , відповідно маємо елементарну площадку $abcd$ площа якої $dS = ydx$ так як $y \times \mu_M = M_{3.O.}$ і $dx \times \mu_\varphi = d\varphi$ то відповідно маємо

$$dS = \frac{M_{3.O.} d\varphi}{\mu_M \mu_\varphi},$$

звідки $M_{3.O.} d\varphi = dS \mu_M \mu_\varphi$ чи $dA_O = \mu_M \mu_\varphi dS = \mu_A dS$.

Таким чином площа $abcd$ представляє собою в масштабі $\mu_A = \mu_M \mu_\varphi$ елементарну роботу сил опору механізму при повороті ланки від φ до $\varphi + d\varphi$.

Аналогічно площа фігури $ae fd$ представляє собою елементарну роботу рушійних сил

$$dA_P = dS_{ae fd}.$$

Відповідно, приріст кінетичної енергії механізму

$$dA_O - dA_P = d\left(\frac{J_3 \omega^2}{2}\right),$$

дає можливість побудувати графік $\Delta T - \varphi$.

Проаналізуємо отримані результати. При розгоні крива графіку рушійних сил лежить над кривою сил опору, відповідно крива графіку $\Delta T - \varphi$ монотонно зростає. В період усталеного руху $\Delta T - \varphi$ змінюється в залежності від коливань зведених моментів сил рушійних

та сил опору. За час вибігу, коли рушійні сили виключені, крива $\Delta T - \varphi$ стримиться до нуля.

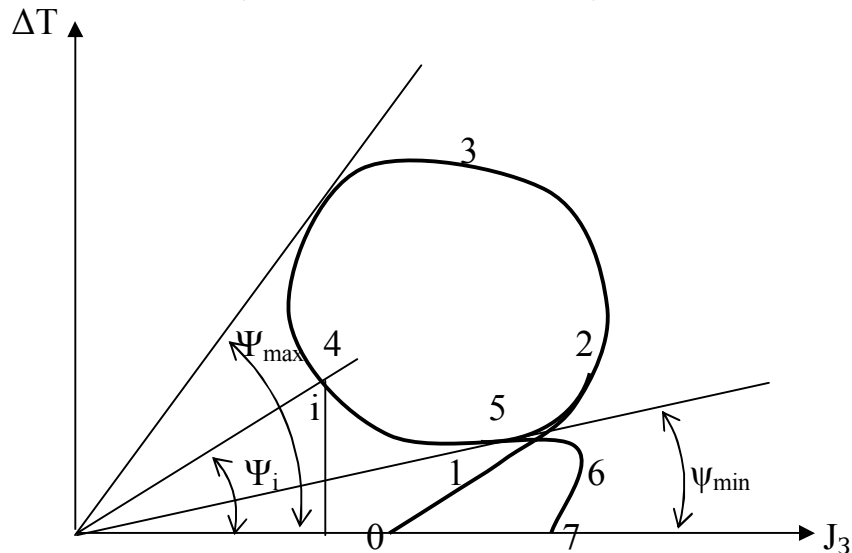
Таким чином за повний час робота всіх сил дорівнює нулю.

Використовуючи поняття зведених мас, зведених моментів інерції та зведених сил і зведених моментів заданих сил можна побудувати відповідні залежності $M_3 - \varphi$; $\Delta T - \varphi$; $J_3 - \varphi$.

З залежностей $\Delta T - \varphi$ і $J_3 - \varphi$ методом графічного виключення параметра φ можна отримати діаграму енерго – мас $\Delta T - J_3$.

Інтервал – 012 відповідає часу розгону механізму, – 2345 усталеному русі, – 567 часу вибігу.

Залежність $\Delta T - J_3$ дає можливість визначити кутову швидкість ланки зведення в будь-якому положенні механізму.



Таким чином кутова швидкість довільної точки i в період усталеного руху механізму визначається рівнянням

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2tg\psi_i \mu_{\Delta T}}{\mu_{J_3}}}.$$

Відповідно максимальну та мінімальну кутову швидкість знаходимо з рівнянь:

$$\omega_{\max} = \sqrt{2tg\psi_{\max} \frac{\mu_{\Delta T}}{\mu_{J_3}}};$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{2tg\psi_{\min} \frac{\mu_{\Delta T}}{\mu_{J_3}}}.$$

Середня кутова швидкість ланки зведення при усталеному русі

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}.$$

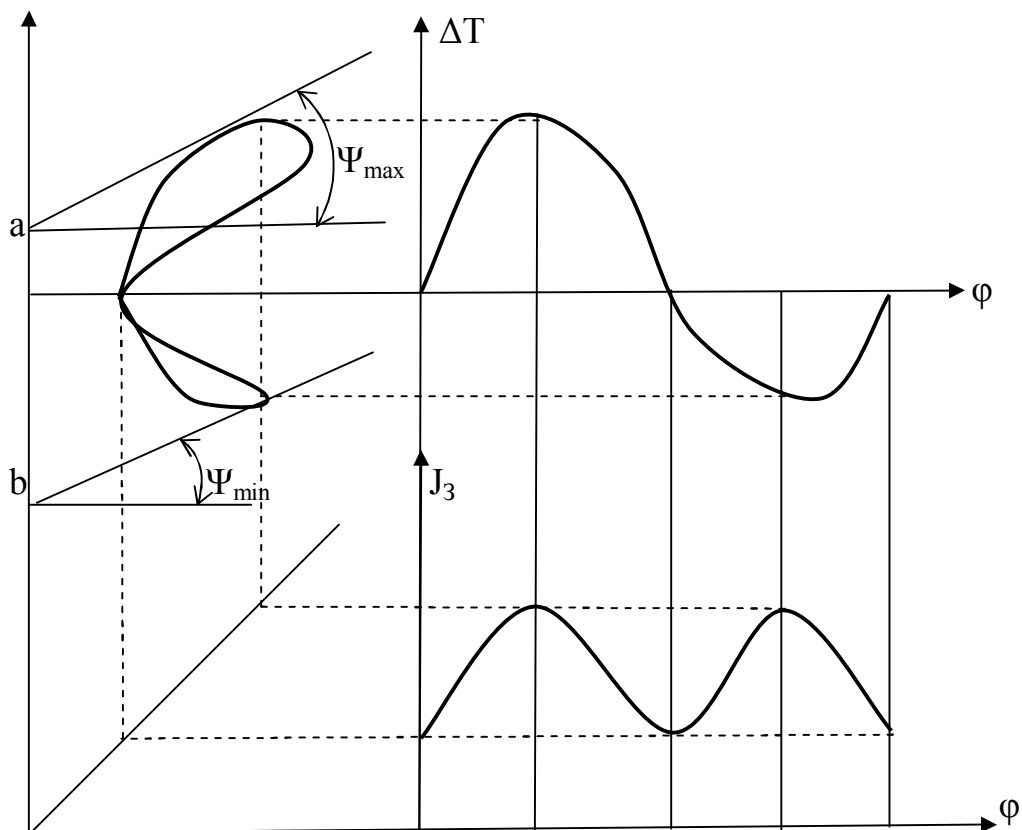
Різницю $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ називають абсолютною нерівномірністю руху машини. Нерівномірність руху машин за період усталеного руху оцінюють коефіцієнтом нерівномірності руху машин δ

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}.$$

3. Визначення моменту інерції маховика

Для накоплення кінетичної енергії машини в процесі її роботи використовують махові маси, що дозволяє зменшити потужність двигуна яка необхідна на виконання технологічного процесу машиною. Існує декілька методів визначення махових мас.

Розглянемо метод Вітенбауера.



Використовуючи поняття зведених мас, зведених моментів інерції та зведених сил і зведених моментів заданих сил будуюмо відповідні залежності $M_3 - \varphi$; $J_3 - \varphi$.

Методом графічного інтегрування графіку зведеного моменту сил опору відносно моменту рушійних сил отримаємо залежність $\Delta T - \varphi$.

З залежностей $\Delta T - \varphi$ і $J_3 - \varphi$ методом графічного виключення параметра φ будуюмо діаграму $\Delta T - J_3$.

Проводимо дотичні до отриманої замкненої кривої під кутами $\psi_{\max}$ і $\psi_{\min}$ до осі ΔT які відсікають на осі ординат відрізок (ab) . Цей відрізок зображає в масштабі $\mu_{\Delta T}$ найбільше значення кінетичної енергії маховика на протязі періоду усталеного руху машини. Кути $\psi_{\max}$ і $\psi_{\min}$ визначають по формулам:

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_3}}{\mu_{\Delta T}} \omega_{cp}^2 (1 + \delta);$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{1}{2} \frac{\mu_{J_3}}{\mu_{\Delta T}} \omega_{cp}^2 (1 - \delta).$$

Таким чином момент інерції маховика

$$J_M = \frac{(ab) \mu_{\Delta T}}{\delta \omega_{cp}^2}.$$

Знаючи момент інерції маховика, можна задавшись діаметром маховика із конструктивних міркувань, визначити вагу маховика або, навпаки, задавши вагу маховика, визначити його діаметр.

Припустимо, що вся маса маховика знаходиться в ободі, тоді відповідно маховий момент маховика визначається добутком GD^2 , де G — вага обода маховика, D — середній діаметр маховика.

Таким чином момент інерції маховика

$$J_M = \frac{GD^2}{4g},$$

де g — прискорення вільного падіння.

Тоді маса обода маховика

$$m = \frac{4J_M}{D^2}.$$

По одержаній масі обода маховика та його середньому діаметру визначаємо площу поперечного перетину обода

$$S = \frac{m}{\pi \rho D},$$

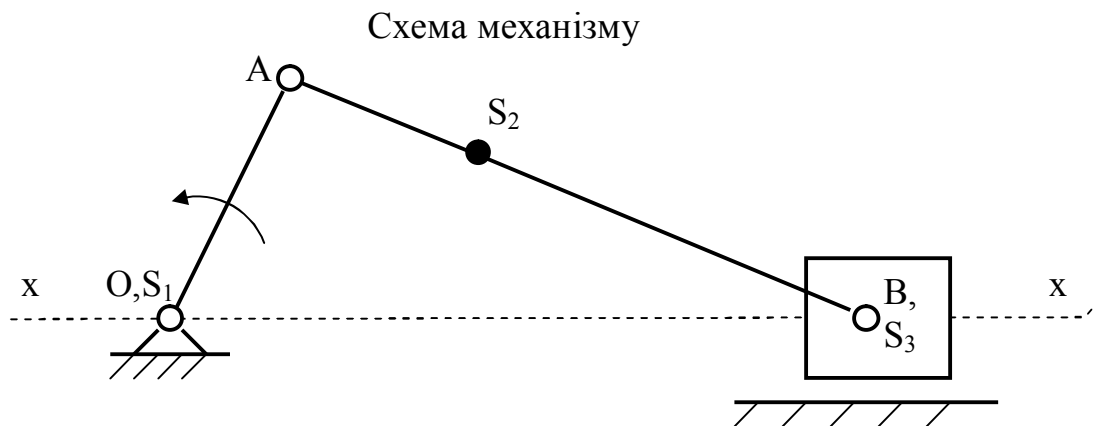
де ρ — питома вага матеріалу обода маховика.

Згідно площі перетину обода маховика можна визначити його геометричні параметри в залежності від вибраної геометрії обода маховика.

Приклад проведення кінетостатичного розрахунку механізму

Приклад №1. Виконати кінетостатичний розрахунок механізму компресора.

Відомо: Довжина кривошипа $l_{OA} = 0,1$ м; довжина шатуна $l_{AB} = 0,27$ м; центр ваги шатуна $l_{AS_2} = 1/3(l_{AB})$; частота обертання кривошипа $n = 200$ хв⁻¹; кут розрахунку $\varphi = 45^\circ$; вага шатуна $m_2 = 4,0$ кг; вага повзуна $m_3 = 5,0$ кг; момент інерції шатуна $J_{S_2} = 0,1$ кг*м²; сила корисного опору $P_{\max} = 500$ Н.



1.1 Побудова кінематичної схеми механізму (Рис. 1.1)

Масштаб побудови кінематичної схеми механізму визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}; \quad \mu_l = \frac{0,1}{30} = 0,0033 \text{ м/с},$$

довжина відрізка (OA) вибирається довільно, в даному випадку прийняли $(OA) = 30$ мм.

Згідно вибраного масштабу визначаємо довжину та центр ваги шатуна:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}, \quad AB = \frac{0,27}{0,0033} = 80 \text{ мм}, \quad AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l}, \quad AS_2 = 27 \text{ мм}.$$

Згідно вибраного масштабу та кута розрахунку будуємо положення механізму (Рис. 1.1).

1.2 Побудова плану швидкостей (Рис. 1.2)

Визначаємо величину і напрям швидкості точки А, яка належить кривошипу і шатуну.

$$V_A = \omega_1 \times l_{OA}, \quad V_A = 21,1 \times 0,1 = 2,11 \text{ м/с}$$

де: ω_1 – кутова швидкість кривошипа.

$$\omega_1 = \frac{3,14 \times 200}{30} = 21,1 \text{ 1/с}.$$

Розглядаючи рух ланки 2 і 3, що утворюють групу Ассура, отримуємо векторне рівняння для швидкості точки В:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Відомо, що $\vec{V}_A \perp (OA)$, $\vec{V}_{BA} \perp (AB)$, $\vec{V}_B \parallel (x-x)$.

Розв'язуємо графічно векторне рівняння (Рис. 1.2).

Масштаб плану швидкостей визначаємо згідно рівняння:

$$\mu_V = \frac{V_A}{(p_V a)}; \quad \mu_V = \frac{2,11}{85} = 0,025 \text{ (м/с)/мм},$$

Згідно даного масштабу визначаємо лінійні і кутові швидкості кінематичних пар і ланок механізму за наступними рівняннями:

$$V_B = (p_V b) \mu_V, \quad V_B = 75 \times 0,025 = 1,88 \text{ м/с};$$

$$V_{BA} = (ab) \mu_V, \quad V_{BA} = 62 \times 0,025 = 1,55 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = (p_V s_2) \mu_V, \quad V_{S_2} = 75 \times 0,025 = 1,88 \text{ м/с};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}, \quad \omega_2 = \frac{1,55}{0,27} = 5,74 \text{ с}^{-1}$$

1.3 Побудова плану прискорень (Рис. 1.3)

Визначаємо величину прискорення точки А кривошипу:

$$a_A = \omega_1^2 \times l_{OA}, \quad a_A = 21,1^2 \times 0,1 = 44,52 \text{ м/с}^2.$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$$

Відомо що: $\vec{a}_{BA}^n \parallel (AB)$; $\vec{a}_{BA}^\tau \perp (AB)$; $\vec{a}_B \parallel (OB)$.

Масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}; \quad \mu_a = \frac{44,52}{95} = 0,47 \text{ (м/с}^2\text{)/мм},$$

Визначаємо скалярну величину нормального прискорення та відповідну довжину його вектора

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 l_{AB}, \quad a_{BA}^n = 5,74^2 \times 0,27 = 8,9 \text{ м/с}^2;$$

$$(an) = a_{BA}^n / \mu_a, \quad (an) = 8,9 / 0,47 = 19 \text{ мм}.$$

Розв'язуємо графічно векторне рівняння (Рис. 1.3).

Розраховуємо скалярні величини відповідних прискорень

$$a_B = (\pi b) \mu_a, \quad a_B = 68 \times 0,47 = 31,92 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{s_2} = (\pi s_2) \mu_a, \quad a_{s_2} = 80 \times 0,47 = 37,6 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = (nb) \mu_a, \quad a_{BA}^\tau = 62 \times 0,47 = 29,14 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / l_{BA}, \quad \varepsilon_2 = \frac{29,14}{0,27} = 107,93 \text{ 1/с}^2.$$

1.4 Визначення реакцій в кінематичних парах. (Рис. 1.4; Рис. 1.5)

Сили ваги, що діють на ланки:

- сила ваги шатуна $G_2 = m_2 g, \quad G_2 = 4 \times 10 = 40 \text{ Н},$

- сила ваги поршня $G_3 = m_3 g, \quad G_3 = 5 \times 10 = 50 \text{ Н}.$

Сила інерції і момент інерції шатуна:

$$\vec{P}_{i_2} = -m_2 \vec{a}_{s_2}, \quad P_{s_2} = 4 \times 37,6 = 152 \text{ Н},$$

$$\vec{M}_{i_2} = -I_{s_2} \vec{\varepsilon}_2, \quad M_{i_2} = 0,1 \times 107,93 = 10,8 \text{ Н*м}.$$

Сила інерції поршня:

$$\vec{P}_{i_3} = -m_3 \vec{a}_{s_3}, \quad P_{i_3} = 5 \times 31,92 = 160 \text{ Н}.$$

В точці **A** прикладаємо реакцію R_{12} , а в точці **B** реакцію R_{03} . Так як напрямок реакції R_{12} невідомий то її розкладаємо на дві складові:

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau;$$

Динамічне рівняння рівноваги групи.

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{P}_{i2} + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{P}_{i3} + \vec{P}_{к.о.} + \vec{R}_{03} = 0$$

Рівняння рівноваги шатуна відносно точки В

$$R_{12}^\tau (AB) \mu_l + G_2 h_2 \mu_l - P_{i2} h_{i2} \mu_l - M_{i2} = 0.$$

$$R_{12}^\tau = \frac{-G_2 h_2 \mu_l + P_{i2} h_{i2} \mu_l + M_{i2}}{(AB) \mu_l} \text{ Н.}$$

$$R_{12}^\tau = \frac{-40 \times 52 \times 0,0033 + 152 \times 45 \times 0,0033 + 10,8}{80 \times 0,0033} = 100 \text{ Н.}$$

Масштаб плану сил $\mu_P = \frac{R_{12}^\tau}{(ab)}, \quad \mu_P = \frac{100}{20} = 5 \text{ Н/мм.}$

Довжину відрізка (ab) вибираємо довільно, в залежності від поля креслення.

Довжину векторів, які будуть зображати відповідні сили на плані визначаємо згідно рівнянь:

$$(bc) = \frac{P_{i2}}{\mu_P}; \quad (cd) = \frac{G_2}{\mu_P}; \quad (de) = \frac{G_3}{\mu_P}; \quad (ef) = \frac{P_{i3}}{\mu_P}; \quad (fg) = \frac{P_{к.о.}}{\mu_P}.$$

Довжина векторів (мм):

$$(bc) = 152 / 5 = 30 \text{ мм}; \quad (cd) = 40 / 5 = 8 \text{ мм}; \quad (de) = 50 / 5 = 10 \text{ мм}; \\ (ef) = 160 / 5 = 32 \text{ мм}; \quad (fg) = 500 / 5 = 100 \text{ мм.}$$

Згідно правила складання векторів відкладаємо дані відрізки дотримуючись напрямку сил. Так як сумарний вектор всіх сил рівний нулю то перетин векторів реакції $\vec{R}_{12}^n$ та реакції $\vec{R}_{03}$ замикають багатокутник сил, точка **m**. З побудованого плану сил визначаємо невідомі реакції.

$$R_{12} = (mb) \times \mu_P,$$

$$R_{03} = (gm) \times \mu_P$$

Величина реакцій

$$R_{12} = 150 \times 5 = 750 \text{ Н};$$

$$R_{03} = 25 \times 5 = 125 \text{ Н.}$$

1.5 Визначення зрівноважувальної сили методом важеля Жуковського. (Рис. 1.6)

Повертаємо на 90° план швидкостей механізму. У відповідних точках даного плану прикладаємо всі зовнішні сили, що діють на ланки механізму з урахуванням їх напрямків. В точці **b** прикладаємо силу інерції поршня, силу ваги поршня и силу корисного опору, яка дана за умовою. В точці **s₂** прикладаємо силу інерції шатуна, момент інерції шатуна и силу ваги шатуна. В точці **a** прикладаємо зрівноважувальну силу, яка направлена перпендикулярно до кривошипу.

Складаємо умову рівноваги даної системи у вигляді $\Sigma M_{p_V} = 0$.

$$P_{3p}(p_V a) - G_2 h_2 - P_{i2} h_{i2} + M'_{i2} - P_{i3}(p_V b) - P_{к.о.}(p_V b) = 0.$$

$$P_{3p} = \frac{G_2 h_2 + P_{i2} h_{i2} - M'_{i2} + P_{i3}(p_V b) + P_{к.о.}(p_V b)}{(p_V a)} \text{ Н.}$$

$$M'_{12} = \frac{(ab)}{l_{AB}} \times M_{12}.$$

$$M'_{12} = \frac{62}{0,27} \times 10,8 = 2480 \text{ Н*м.}$$

$$P_{3p} = \frac{40 \times 42 + 152 \times 35 - 2480 + 160 \times 75 + 500 \times 75}{85} = 636 \text{ Н.}$$

Величину зрівноважувального моменту визначаємо рівнянням:

$$M_{3p.} = P_{3p.} l_{OA};$$

$$M_{3p.} = 636 \times 0,1 = 63,6 \text{ Н*м.}$$

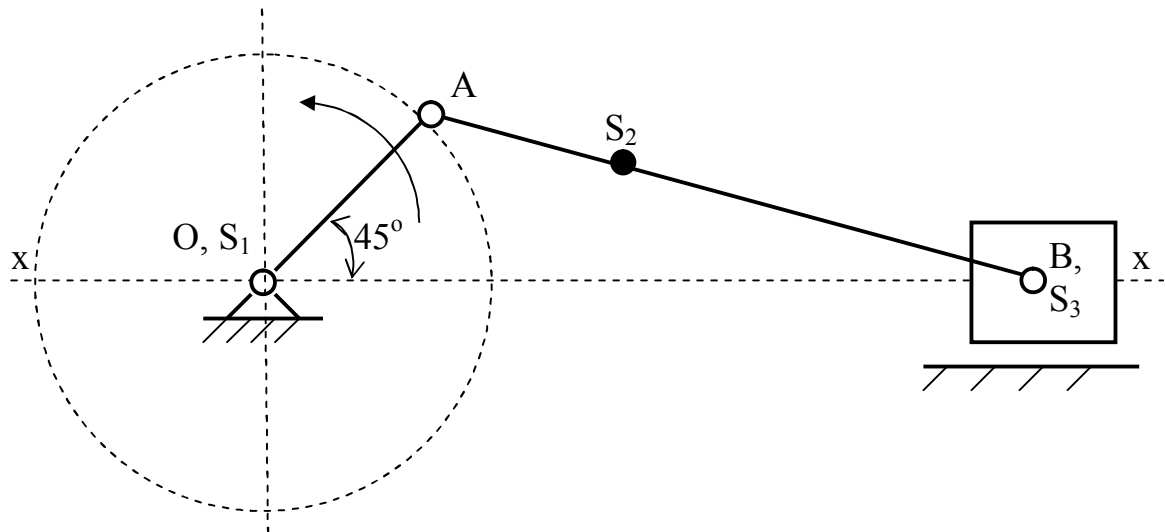


Рис. 1.1 Кінематична схема механізму

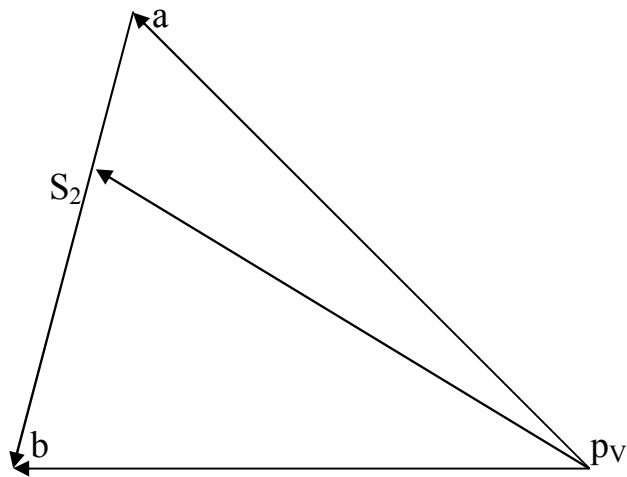


Рис. 1.2 План швидкостей

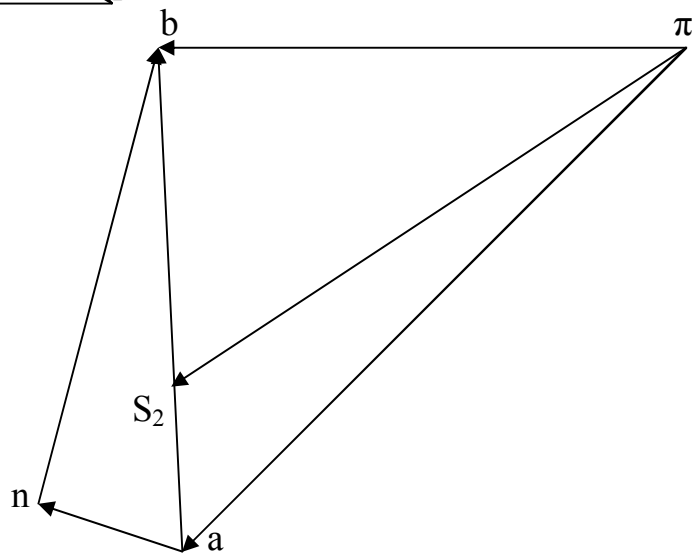


Рис. 1.3 План прискорень

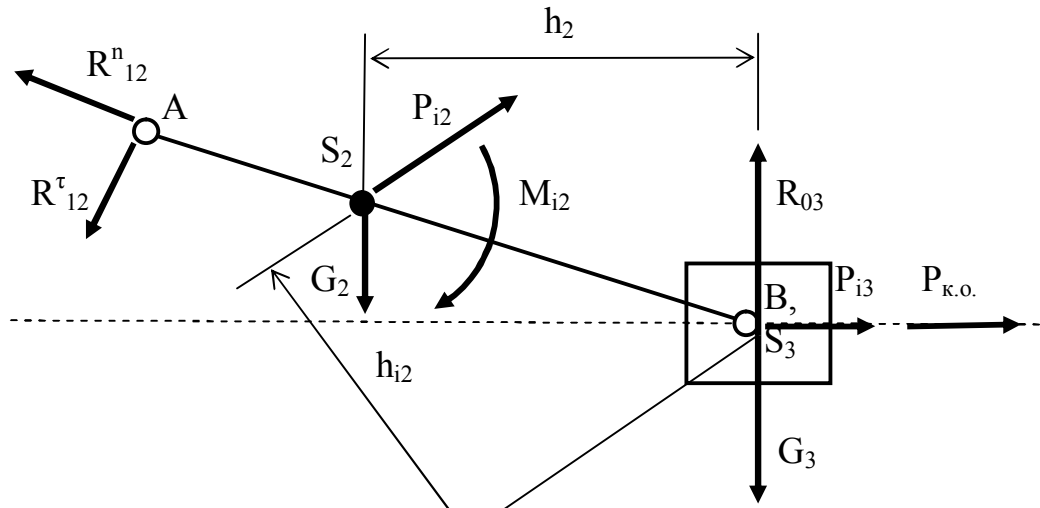


Рис. 1.4 Група Ассура

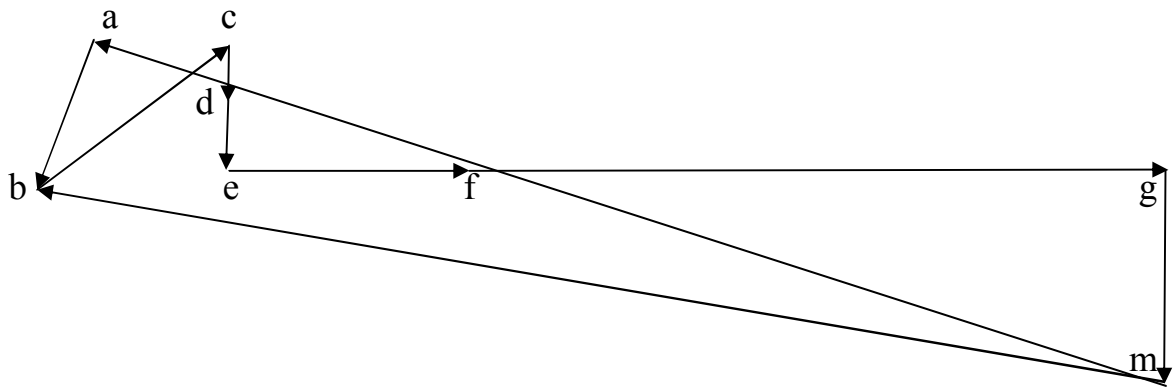


Рис. 1.5 План сил

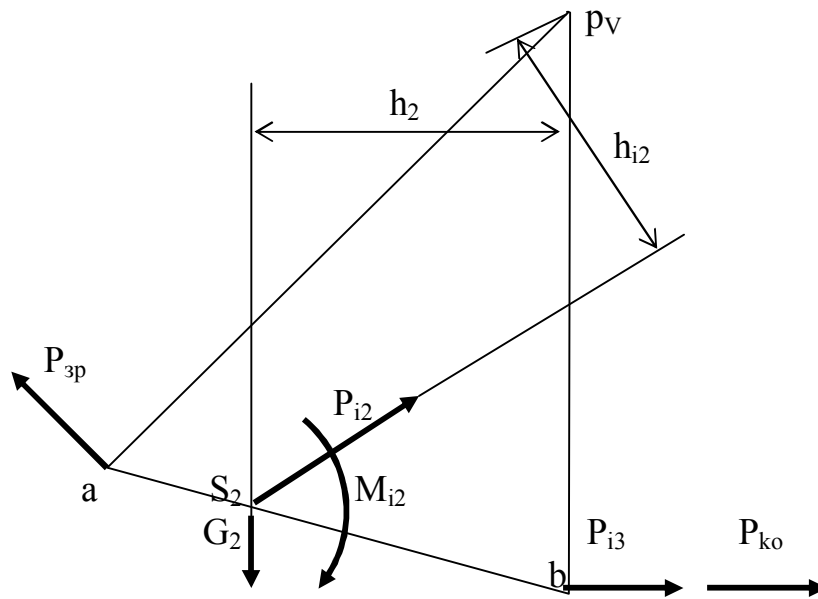


Рис. 1.6 Важіль Жуковського

Контрольні питання

1. Основні задачі динаміки?
2. Механічні характеристики машин?
3. Сили інерції ланок та їх визначення?
4. Що відомо про реакції в нижчих кінематичних парах?
5. Кінетостатика кривошипу?
6. Теорема Жуковського та її використання?
7. Тахограма механізму?
8. Принцип зведення сил і мас?
9. Коефіцієнт нерівномірності руху механізмів?
10. Як визначити маховий момент маховика?

Література

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1978.
2. Белоконев И.И. Теория механизмов и машин. Метод автоматизированного проектирования. – К.: Вища школа. 1990.
3. Вишенський І.І. Теорія механізмів і машин. Механічні передачі: Навч. посіб. – К.: УМК ВО, 1992.
4. Заблонський К.И., и др. Теория механизмов и машин. – К.: Вища шк., 1989.
5. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. – М.: Наука, 1975.
6. Зиновьев В.А. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1972.
7. Кожевников С.Н., Рошин Я.М. Теория механизмов и машин. – Днепропетровск: ДмеТи, 1972.
8. Кореняко А.С. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. – К.: Вища шк., 1978.
9. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин. – К.: Вища шк., 1987.
10. Мамаєв Л.М., Романюк О.Д. Теорія механізмів та машин. Структурний, кінематичний та кінетостатичний аналіз механізмів. Курсове проектування: Навч. посіб. – К.: 2001.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ № I СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ	4
ЛЕКЦІЯ № 1 Кінематичні пари та кінематичні ланцюги	4
1. Кінематичні пари та їх класифікація.....	4
2. Кінематичні ланцюги.....	6
ЛЕКЦІЯ № 2 Механізми їх структура і класифікація	7
1. Визначення механізму з точки зору його структури.....	7
2. Основні види механізмів з нижчими парами.....	8
3. Основні види механізмів з вищими парами.....	9
ЛЕКЦІЯ № 3 Структурний аналіз механізмів	13
1. Структурна формула кінематичного ланцюга.....	13
2. Пасивні в'язі та зайві ступені рухомості.....	14
3. Заміна вищих кінематичних пар на нижчі.....	15
4. Групи Ассура і класифікація механізмів.....	15
5. Структурний аналіз механізмів.....	17
Приклад проведення структурного аналізу механізмів	18
РОЗДІЛ № II КІНЕМАТИКА МЕХАНІЗМІВ	26
ЛЕКЦІЯ № 4 Методи кінематичного дослідження	26
1. Перманентний рух механізмів.....	26
2. Побудова положень механізму і траєкторії точок.....	27
3. Метод кінематичних діаграм.....	27
ЛЕКЦІЯ №5 Метод планів швидкостей та прискорень	31
1. Визначення швидкостей та прискорень в загальному вигляді.....	32
2. Визначення швидкостей та прискорень в обертальній парі.....	33
3. Визначення швидкостей та прискорень в поступальній парі.....	34
4. Побудова плану швидкості.....	35
5. Побудова плану прискорення.....	38
Приклад проведення кінематичного аналізу механізмів	41
РОЗДІЛ № III ПЛОСКІ КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ	58
ЛЕКЦІЯ № 6 Аналіз кулачкових механізмів	58
1. Основні типи кулачкових механізмів.....	58
2. Кінематичний аналіз плоских кулачкових механізмів.....	58
3. Закони руху штовхача.....	60
4. Фазові кути повороту кулачка.....	61
ЛЕКЦІЯ № 7 Синтез кулачкових механізмів	62
1. Поняття кута тиску.....	62
2. Визначення мінімального радіусу кулачка.....	63
3. Кінематичний синтез кулачкових механізмів.....	64
РОЗДІЛ № IV ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ	67
ЛЕКЦІЯ № 8 Механізми зубчастих передач	67
1. Метод картин швидкостей.....	68

2. Основна теорема зачеплення.....	68
3. Геометрія евольвентних профілів.....	70
ЛЕКЦІЯ № 9 Основні параметри зубчастого зачеплення.....	71
1. Геометричні елементи зубчастих коліс.....	71
ЛЕКЦІЯ № 10 Синтез евольвентного зачеплення.....	75
1. Побудова картини зачеплення.....	75
2. Побудова основних елементів картини зачеплення.....	77
РОЗДІЛ № V ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ.....	80
ЛЕКЦІЯ № 11 Силовий аналіз механізмів.....	80
1. Основні задачі динаміки механізмів.....	80
2. Силовий розрахунок механізмів.....	80
3. Сили які діють на ланки механізму.....	81
ЛЕКЦІЯ № 12 Класифікація сил.....	81
1. Сили рушійні та сили корисного опору.....	81
2. Механічні характеристики машин.....	82
3. Сили інерції ланок плоских механізмів.....	83
ЛЕКЦІЯ № 13 Кінетостатика механізмів.....	86
1. Умова статичної визначеності кінематичного ланцюгу.....	86
2. Визначення реакцій в кінематичних парах.....	87
3. Кінетостатика кривошипу.....	89
4. Теорема Жуковського про жорсткий важіль.....	90
ЛЕКЦІЯ № 14 Рух механізму під дією зовнішніх сил.....	91
1. Режим руху механізмів.....	91
2. Механічний коефіцієнт корисної дії.....	92
3. Зведення сил і мас.....	93
ЛЕКЦІЯ № 15 Регулювання руху механізмів.....	95
1. Рівняння руху машини в формі закону кінетичної енергії.....	95
2. Визначення закону руху механізму під дією зовнішніх сил.....	96
3. Визначення моменту інерції маховика.....	99
Приклад проведення кінетостатичного розрахунку	
механізму	101
ЛІТЕРАТУРА.....	109

